

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2013

Libor Damec

VŠB – Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra elektroenergetiky

**Tepelné poměry generátorového vypínače
v ustáleném stavu**

**Thermal conditions of the generator circuit
breaker in the steady state.**

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra elektroenergetiky

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Libor Damec**
Studijní program: N2649 Elektrotechnika
Studijní obor: 3907T001 Elektroenergetika
Téma: Tepelné poměry generátorového vypínače v ustáleném stavu
Thermal conditions of the generator circuit breaker in the steady state.

Zásady pro vypracování:

1. Teoretický rozbor řešení oteplení spínacích přístrojů v ustáleném stavu
2. Vypočtete tepelné poměry generátorového vypínače v ustáleném stavu
3. Realizujte na základě geometrické uspořádání generátorového vypínače v rozvodně numerický model proudovodné dráhy.
4. Rozeberte možnosti využití moderních metod řešení.

Seznam doporučené odborné literatury:


Dle pokynů vedoucího diplomové práce

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.


Vedoucí diplomové práce: **Ing. Zdeněk Hytka, CSc.**

Datum zadání: 30.11.2012

Datum odevzdání: 07.05.2013


prof. Ing. Stanislav Rusek, CSc.
vedoucí katedry




prof. RNDr. Václav Snášel, CSc.
děkan fakulty

Prohlášení


Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně. Uvedl jsem všechny literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal.

Poděkování

Vypracováním diplomové práce chci poděkovat ing. Zdeňku Hytkovi, CSc., za jeho odborné vedení, za postřehy, připomínky a znalosti v oboru elektrických strojů a přístrojů.

Velké poděkování patří mé rodině za podporu a trpělivost v průběhu celého studia.

Datum odevzdání: 2.5.2013


Podpis:

ABSTRAKT

DAMEC, L. Tepelné poměry generátorového vypínače v ustáleném stavu : diplomová práce.
Ostrava : VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Katedra elektrotechniky, 2013, 56 stran. Vedoucí práce: ing. Hytka, Z. PhD.

Tato diplomová práce se zabývá výpočtem oteplení generátorového vypínače HEK3 v ustáleném stavu pro jmenovitý proud vypínače 11 kA. Při výpočtu vycházím z parametrů generátorového vypínače a jeho rozměrů, které jsem získal z výrobního štítku a výkresové dokumentace. Klasický způsob výpočtu je založen na analogii mezi elektrickým a tepelným polem. Tyto závislosti využiji k sestavení tepelné sítě, rovnic vycházejících z tepelné sítě a následně k jejich řešení. U složitých úloh ztrácí tato metoda na efektivnosti a rovněž dosahovaná přesnost výpočtu není přesná. Z těchto důvodů je vhodnější realizovat úlohu pomocí numerických metod, v mém případě pomocí metody konečných prvků a počítačové techniky. Je to nový a moderní směr řešení využívající výpočetní prostředí programu ANSYS, pomocí kterého je proveden výpočet oteplení a zobrazeno rozložení teploty generátorového vypínače.

Klíčová slova :

Spínací přístroj; generátorový vypínač; tepelné pole; tepelný tok; šíření tepla; tepelná síť

ABSTRACT

DAMEC, L. Thermal conditions of the generator circuit breaker in the steady state.:
Master's thesis. Ostrava: VSB - Technical University of Ostrava, Faculty of Electrical Engineering and Computer Science, Department of Electrical Engineering, 2013, 56 pages.
Supervisor: Mr. Hytka, Z. PhD.

This thesis deals with the calculation of the thermal power generator HEK3 in steady state for power rated current 11 kA. In the calculation of the parameters of the power of generator I and its dimensions, which I obtained from the label, and drawings. The classic method of calculation is based on the analogy between electrical and thermal field. I will use these dependencies to build thermal networks, equations, based on thermal network and subsequently to their solution. For complex tasks, this method loses the efficiency and also the values of the accuracy of the calculation is not accurate. For these reasons, it is preferable to carry out the job, using numerical methods, in my case, using the finite element method and computer technology. It is a new and modern solutions using the direction computing environment of ANSYS, which is the calculation and display of temperature distribution of thermal generator power.

Key Words :

Switchgear; generator switch; thermal field; heat flow; the spread of heat; heat network

Seznam použitých symbolů a zkratek.

C	$[F]$	<i>tepelná kapacita</i>
c	$[Ws/m^3K]$	<i>měrné teplo</i>
ES	$[-]$	<i>energetická soustava</i>
E_z	$[-]$	<i>emisivita</i>
F	$[W]$	<i>tepelný tok</i>
GV	$[-]$	<i>generátorový vypínač</i>
g	$[m/s^2]$	<i>tíhové zrychlení</i>
I	$[A]$	<i>proud</i>
I_N	$[A]$	<i>jmenovitý proud</i>
J	$[^{\circ}C]$	<i>teplota povrchu</i>
J_0	$[^{\circ}C]$	<i>teplota prostředí</i>
K	$[-]$	<i>Kelvin</i>
L	$[H]$	<i>indukčnost</i>
l	$[m]$	<i>délka</i>
$MPBP$	$[-]$	<i>místní provozní bezpečnostní předpis</i>
m	$[Ns/m^2]$	<i>dynamická viskozita kapaliny nebo plynu</i>
O	$[m]$	<i>obvod</i>
P	$[m^2]$	<i>povrch vodiče</i>
q	$[W/m^3]$	<i>tepelné ztráty</i>
R	$[\Omega]$	<i>odpor</i>
RP	$[-]$	<i>režim práce</i>
S	$[m^2]$	<i>průřez</i>
s	$[kg\ m^{-3}]$	<i>měrná hustota</i>
SF_6	$[-]$	<i>fluorid sírový</i>
T	$[^{\circ}C]$	<i>teplota</i>
t	$[s]$	<i>čas</i>
TG	$[-]$	<i>turbogenerátor</i>
U	$[V]$	<i>napětí</i>
U_K	$[V]$	<i>napětí nakrátko</i>
U_S	$[V]$	<i>napětí sdružené</i>
V	$[m^3]$	<i>objem</i>
vn	$[V]$	<i>vysoké napětí</i>
vvn	$[V]$	<i>velmi vysoké napětí</i>

zvn	$[V]$	<i>zvlášť vysoké napětí</i>
α_0	$[W/m^2K]$	<i>součinitel přestupu tepla</i>
β	$[1/^\circ C]$	<i>součinitel tepelné roztažnosti kapaliny nebo plynu</i>
η	$[kg\ m^{-1}s^{-1}]$	<i>dynamická viskozita</i>
Θ	$[K]$	<i>oteplení povrchu vodiče proti okolí</i>
λ	$[Wm^{-1}K^{-1}]$	<i>tepelná vodivost</i>
ν	$[m^2s^{-1}]$	<i>kinematická viskozita</i>
ρ	$[kg/m^3]$	<i>měrná hmotnost kapaliny nebo plynu</i>

Obsah

Úvod	1.
1. Teoretický rozbor řešení oteplení spínacích přístrojů v ustáleném stavu	2.
1.1. Tepelné účinky elektrického proudu	2.
1.2. Oteplení v ustáleném stavu	4.
1.3. Výpočet šíření tepla z povrchu tělesa při sdílení tepla konvekcí a sáláním	13.
1.4. Základy teorie šíření tepla vedením	17.
1.5. Přestup tepla stěnou trubky	18.
1.6. Princip tepelné sítě	19.
2. Realizace, na základě geometrického uspořádání generátorového vypínače v rozvodně, numerického modelu proudovodné dráhy	43.
3. Výpočet tepelných poměrů generátorového vypínače v ustáleném stavu	47.
3.1. Principy chlazení	47.
3.2. Sálání ve volném prostoru	47.
3.3. Přenos tepla konvekcí	49.
3.4. Přirozená konvekce v omezeném prostoru	50.
3.5. Výpočet oteplení osamoceného vodiče	52.
4. Rozbor možnosti využití moderních metod řešení	54.
5. Závěr	56.

Úvod

Ve své bakalářské práci jsem se zmínil, že generátorový vypínač je důležitým prvkem pro vyvedení výkonu z elektrárny do ES ČR. Zároveň chrání generátor před poruchami. V diplomové práci se chci zabývat tepelnými poměry generátorového vypínače v ustáleném stavu, tzn. zahříváním proudovodné dráhy při průchodu jmenovitého proudu. Ve výpočetním prostředí programu ANSYS znázorním rozložení teplot ve spínací jednotce generátorového vypínače. Zde bude prakticky zobrazeno, které části generátorového vypínače jsou teplotně nejvíce namáhány. Tato práce je pouze názornou ukázkou řešení oteplení proudovodné dráhy, protože nemám k dispozici rozměry a materiál jednotlivých dílů generátorového vypínače.

1. Teoretický rozbor řešení oteplení spínacích přístrojů v ustáleném stavu

1.1. Tepelné účinky elektrického proudu

Základní jevy a vztahy

Teplo vznikající ve vodiči průtokem elektrického proudu se z části spotřebuje na zvýšení teploty vodiče a z části se jeho povrchem předá do okolí. Budeme-li brát v úvahu dlouhý vodič s neměnným průřezem S , kterým proudí stejnosměrný proud I konstantní velikosti, můžeme tento jev charakterizovat rovnicí¹⁾

$$qV \cdot dt = cV \cdot d\Theta + \alpha_o P \Theta \cdot dt \quad (1.1)$$

$q [W / m^3]$ - tepelné ztráty v jednotce objemu

$V [m^3]$ - objem vodiče

$t [s]$ - čas

$c [Ws / m^3 K]$ - měrné teplo objemové materiálu vodiče

$P [m^2]$ - povrch vodiče, ze kterého přestupuje teplo do okolí

$\Theta [K]$ - oteplení povrchu vodiče proti okolí

$\alpha_o [W / m^2 K]$ - součinitel přestupu tepla nebo také měrná chladihost povrchu

Člen $qV \cdot dt$ představuje teplo, které se ve vodiči uvolňuje během časového okamžiku dt .

Člen $cV \cdot d\Theta$ je teplo, které se spotřebuje na zvýšení teploty vodiče o elementární hodnotu $d\Theta$.

Člen $\alpha_o P \Theta \cdot dt$ je teplo, které se během téhož časového okamžiku předá do okolí.

[1]

Řešením rovnice (1.1) obdržíme pro průběh nárůstu teploty vodiče vztah

$$\Theta = \Theta_m \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (1.2)$$

Časová konstanta τ je určena poměrem

$$\tau = \frac{cV}{\alpha_o P} \quad (1.3)$$

Je to doba, za kterou vodič dosáhne maximálního oteplení Θ_m , když se všechno uvolněné teplo spotřebuje pouze na zvýšení jeho teploty.

[1]

¹⁾ O. Havelka, Elektrické přístroje I, odst. 2.2.1

Dosáhne-li vodič po dlouhodobém průtoku konstantním proudem ustáleného stavu, jeho teplota se již dále nebude zvyšovat, a bude platit

$$\frac{d\Theta}{dt} = 0; \Theta = \Theta_m$$

a rovnice (1.1) nabude tvar

$$qV = \alpha_o P \Theta_m$$

což znamená, že ve vodiči se teplota ustálila a veškeré vznikající teplo se předává do okolí jeho povrchem.

$$\Theta_m = \frac{qV}{\alpha_o P} \quad (1.4)$$

Výraz v čitateli zlomku představuje celkový součet ztrát v daném úseku vodiče, tzn. tepelný příkon za jednotku času.

Jelikož se jedná o teplo vznikající při průchodu proudu o konstantní velikosti, můžeme výraz v čitateli nahradit elektrickou veličinou a rovnici upravit na

$$\Theta_m = \frac{RI^2}{\alpha_o P} \quad (1.5)$$

[1]

Oteplení Θ_m , kterého vodič na svém povrchu dosáhne, je největším oteplením za daných podmínek. S ohledem na bezpečné a spolehlivé provozování zařízení s tímto vodičem, nesmí jeho oteplení přesáhnout mezní hodnotu. Splňuje-li oteplení Θ_m podle rovnice (1.5) tuto podmínku, říkáme mu nejvyšší dovolené oteplení. Proto je rovnice (1.5) výchozí vztah pro výpočet jmenovitého proudu proudovodné dráhy a také celého elektrického zařízení.

Při poruchovém stavu elektrického zařízení je toto zařízení namáháno větším než jmenovitým proudem. Proto je každá proudovodná dráha dimenzována tak, aby vydržela po určitý čas silové i tepelné působení takového zvýšeného proudu. Jestliže

je čas kratší než $0,2 \tau$, můžeme

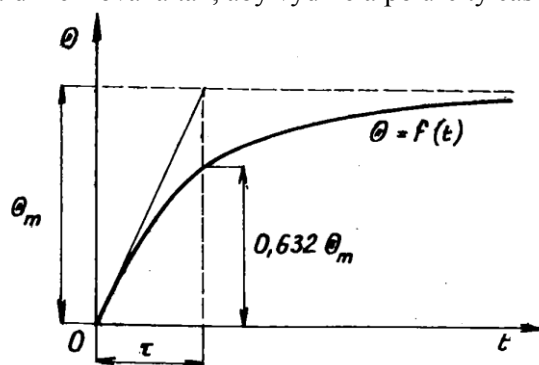
zanedbat odvod tepla z místa vzniku do okolí. Při zahřátí vodiče proudem větším

$5I_n$ bývá většinou tato podmínka

splněna. V tomto případě položíme

v rovnici (1.1) $\alpha_o = 0$ a integrací

($t = 0; \Theta = \Theta_k = 0$) dostaneme vztah



Obr. 1

$$qVt = cV\Theta_k \quad (1.6)$$

[1]

Při nahrazování výrazů v rovnicích elektrickými veličinami, budeme postupovat obecněji, protože velikost proudu se během intervalu $t = t_k$ mění

$$qVt_k = R \int_0^{t_k} i^2 \cdot dt = cV\Theta_k \quad (1.7)$$

Jestliže při náhlé změně proudu bude doba trvání přechodného jevu oproti t_k zanedbatelná, pak můžeme napsat

$$qVt_k = RI^2t_k = cV\Theta_k$$

kde

$$\Theta_k = \frac{RI^2}{cV} \cdot t_k \quad (1.8)$$

Podle těchto vztahů pro oteplení Θ_k krátkodobým nadproudem počítáme pro elektrické zařízení daných parametrů maximálně přípustnou dobu t_k trvání nadproudu určité velikosti.

[1]

1.2. Oteplení v ustáleném stavu

Tepelné pole

Jestliže různá tělesa mají v určitém okamžiku různou teplotu, dochází k přestupu tepla z míst s vyšší teploty do míst s nižší teplotou. Podobně dochází k postupnému vyrovnání teploty dvou těles, jež se nachází buď v těsné vzájemné blízkosti, nebo jsou od sebe oddělena určitým prostředím. Pochod, při němž se teplota jednotlivých částí tělesa vyrovnává, se nazývá sdílení tepla.

[2]

Ke sdílení tepla dochází třemi základními způsoby:

- Tepelným vedením (kondukcí) se nazývá přenos tepelné energie bezprostředně z jedné částice tělesa na druhou
- Proudění (konvekce) je charakterizováno přenosem tepla pohybem částic kapaliny nebo plynu. Sdílení tepla prouděním do značné míry závisí na vlastnostech prostředí, na tvaru tělesa a jeho umístění v prostoru, na rychlosti pohybu částic přenášejících tepelnou energii, na drsnosti povrchu tělesa atd.
- Při tepelném záření (radiaci) se teplo šíří prostřednictvím elektromagnetických vln. Množství vyzařené energie závisí na teplotě povrchu, geometrických rozměrech tělesa, povrchu, vzájemné poloze těles a materiálu, z něhož jsou vyrobena.

[2]

V plynech se teplo šíří všemi třemi způsoby. Matematicky můžeme vyjádřit šíření tepla tehdy, probíhá-li jen jedním způsobem. Předpokladem je rovněž homogenita prostředí.

Jedná-li se o stejnorodé prostředí, vytváří se v něm tepelné pole, které je polem skalárním. Jeho veličinou je teplota T [K, °C], nebo oteplení Θ [K]. Její rozložení v prostoru se zdroji popisuje Poissonova rovnice

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = -\frac{q}{\lambda} \quad (1.9)$$

[2]

v níž λ [W/m.K] znamená měrnou tepelnou vodivost prostředí a q měrné ztráty [W/m³]. Jestliže v uvedeném prostoru teplo nevzniká, je $q = 0$ a Poissonova rovnice přejde v rovnici Laplaceovu

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0 \quad (1.10)$$

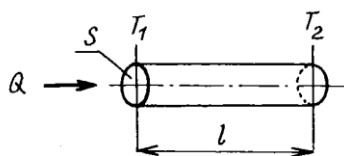
Je proto řešení polí tepelných analogické s řešením polí elektrických. Výsledné vztahy pro tepelný tok v tepelně vysoce vodivých materiálech mají stejné znění jako vzorce pro vedení proudu v elektrických obvodech.

[2]

Základní zákony tepelného toku

Budeme-li vycházet z analogie mezi polem tepelným a elektrickým zjišťujeme, že velikost tepelného toku Q [W], je vázána k teplotnímu spádu $\theta = T_1 - T_2$ [K], který tok vyrovnává, podobným zákonem je Ohmův zákon (viz. obr. 2)

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{R_T} = \frac{\theta}{R_T} \quad (1.11)$$



Obr. 2

R_T [K / W] – tepelný odpor tělesa

Při měrné tepelné vodivosti materiálu λ [W / m · K] vykazuje tyč o konstantním průřezu S [m²] a délce l [m] tepelný odpor

$$R_T = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{l}{S} \quad (1.12)$$

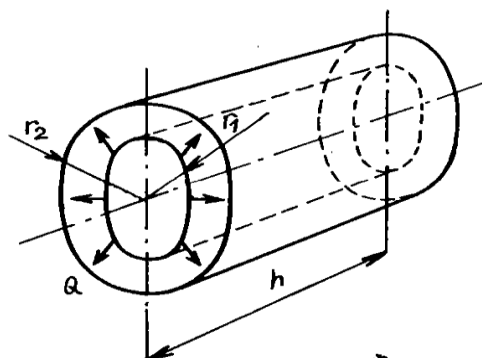
V elektrických výpočtech se při výpočtu oteplení často setkáváme s tělesy různých tvarů, jako je válcové mezikruží, jímž vytéká teplo radiálním směrem. Přepíšeme-li vzorec (1.12) do diferenciálního tvaru

$$dR_T = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{dx}{S} \quad (1.13)$$

[2]

Kde x je proměnná délky, dospějeme po jeho aplikaci na případ válcového mezikruží podle obr. 3 a integraci v mezích $x \in \langle r_1, r_2 \rangle$ k výslednému vzorci jeho tepelného odporu v radiálním směru

$$R_T = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi \cdot \lambda \cdot h} \quad (1.14)$$



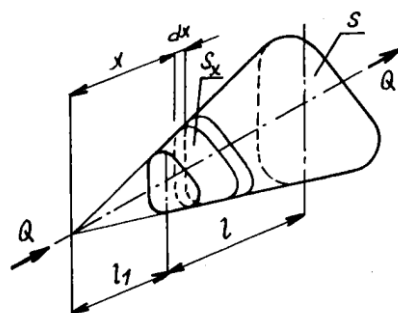
Obr. 3

[2]

Podobně pro komolý jehlan s obecnou základnou o ploše S podle obr.4 lze odvodit pro jeho tepelný odpor ve směru od menší základny k větší výraz

$$R_T = \frac{(l + l_1)l}{\lambda \cdot l_1 S} \quad (1.15)$$

Jedná-li se o kužel s kruhovou základnou o poloměru r , dosazujeme do vzorce (1.15) $S = \pi r^2$. V případě jehlanu, jehož základnu tvoří pravidelný čtyřúhelník a stranách b, h , klademe zase $S = b \cdot h$ atd.



Obr. 4

[1]

Výpočet přestupu tepla z povrchu teplého tělesa do okolního prostředí použitím Newtonovy formule

V elektrotechnické praxi přichází velmi často úloha stanovit oteplení povrchu určitého tělesa vzhledem k okolnímu prostředí, jež obsahuje buď plyn, nebo kapalinu. V těchto případech se jako nevhodnější postup jeví výpočet podle Newtonovy rovnice

$$P = \alpha S (g - g_o) \quad (1.16)$$

P - tepelné ztráty odevzdané prostředí prouděním a sáláním $[W]$

S - povrch tělesa předávajícího teplo $[m^2]$

ϑ - teplota povrchu tělesa $[^{\circ}C]$

ϑ_o - teplota prostředí $[^{\circ}C]$

α - součinitel přestupu tepla respektující popřípadě vliv proudění i sálání $[W / m^2 \cdot ^{\circ}C]$

[2]

Součinitel přestupu tepla α představuje ztráty ve watttech, které okolnímu prostředí odevzdá 1 m^2 chladícího povrchu tělesa při rozdílu teploty tělesa a prostředí 1 $^{\circ}C$, a závisí na fyzikálních vlastnostech (hustotě, tepelné vodivosti, viskozitě, na tvaru a umístění tělesa, způsobu opracování jeho povrchu atd.).

Jednoduchý vztah (1.16) vyžaduje, abychom správně volili velikost součinitele α , což lze učinit pouze na základě dostatečného počtu hodnověrných pokusů s přestupem tepla v různých prostředích.

[2]

Jestliže se oteplení povrchu tělesa s časem mění, mění se i okamžitá hodnota součinitele α . Obvykle však výpočet oteplení zjednodušíme přijetím předpokladu, že velikost součinitele přestupu tepla α zůstává během celého přechodného tepelného děje konstantní a za základ výpočtu bereme vztah (1.16). Rovnici (1.16) můžeme přepsat do tvaru

$$P = \frac{\vartheta - \vartheta_o}{\frac{1}{\alpha S}} \quad (1.17)$$

[2]

Vztah je formálně podobný Ohmovu zákonu pro elektrický proud. Výraz $1/\alpha S$ představuje tepelný odpor při přestupu tepla z povrchu S do okolního prostředí; nezapomínejme, že oteplení $(\vartheta - \vartheta_o)$ je při tom konstantní a s časem se nemění.

[2]

Přechodný děj při oteplování tělesa působením tepelného zdroje, umístěného uvnitř tělesa (výpočet na základě Newtonovy rovnice)

Uvnitř tělesa je umístěný zdroj stálého tepelného toku (proudu) P . Přijmeme následující předpoklady:

- teplota všech bodů tělesa ϑ je v libovolném okamžiku stejná
- tepelná kapacita tělesa C nezávisí na okamžitém oteplení tělesa a je pro všechna místa tělesa stejná
- součinitel přestupu tepla nezávisí na okamžitém oteplení tělesa a je pro všechna místa tělesa stejný

[2]

Za okamžik dt vzniká tepelná energie, jejíž jedna část se spotřebuje na zvýšení teploty tělesa $[Cd(\Delta\vartheta)]$, kdežto zbývající část přechází do okolního prostředí $(\alpha S \Delta\vartheta dt)$; pro zkrácení zápisu jsme označili oteplení $\vartheta - \vartheta_o$ $\Delta\vartheta$.

Platí tedy vztah

$$Pdt = Cd(\Delta\vartheta) + \alpha S \Delta\vartheta dt \quad (1.18)$$

což po úpravě dává diferenciální rovnici pro výpočet oteplování tělesa

$$\frac{d(\Delta\vartheta)}{dt} + \frac{\alpha S}{C} \Delta\vartheta - \frac{P}{C} = 0 \quad (1.19)$$

[2]

Při řešení postupujeme obvyklým způsobem. Obecné řešení rovnice (1.19) lze udat ve tvaru

$$\Delta\vartheta = \Delta\vartheta_1 + \Delta\vartheta_2 \quad (1.20)$$

kde $\Delta\vartheta_1 = P/\alpha S$ a $\Delta\vartheta_2(t)$ plyne ze zkrácené rovnice.

Integrací

$$\frac{d(\Delta\vartheta_2)}{dt} + \frac{\alpha S}{C} \Delta\vartheta_2 = 0 \quad (1.21)$$

$$\Delta\vartheta_2 = Ae^{-t/T}$$

kde A je konstanta určená počátečními podmínkami úlohy. Součin tepelné kapacity C a tepelného odporu $1/(\alpha S)$ je časová konstanta $T = C/(\alpha S)$.

[2]

Dosazením dostaneme

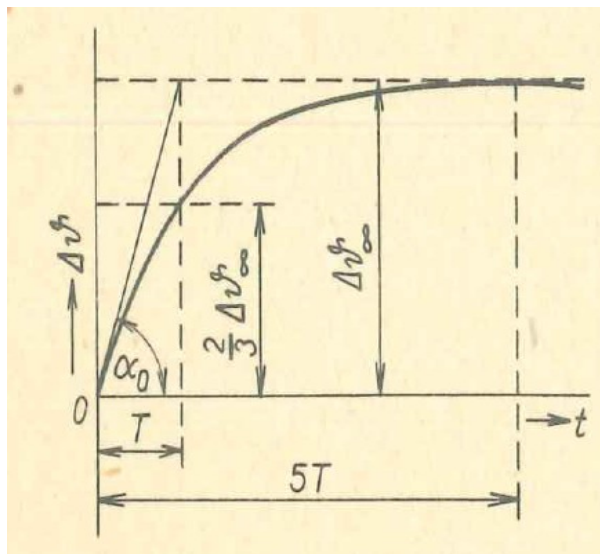
$$\Delta\vartheta = \frac{P}{\alpha S} + Ae^{-t/T} \quad (1.22)$$

Pro stanovení činitele A použijeme následující podmínky: Pro $t = 0$ musí být oteplení $\Delta\vartheta = 0$, čímž dostaneme vztah

$$0 = \frac{P}{\alpha S} + A$$

a z toho

$$A = -\frac{P}{\alpha S}$$



Obr. 5

Dosazením a úpravou dostáváme konečnou rovnici ve tvaru

$$\Delta \vartheta = \frac{P}{\alpha S} (1 - e^{-t/T}) \quad (1.23)$$

Průběh $\Delta \vartheta(t)$ vyneseny na základě rovnice (1.23) udává obr. 4. Pro $t \rightarrow \infty$

$$\Delta \vartheta = \frac{P}{\alpha S} \quad (1.24)$$

Dosadíme do rovnice (1.23), dostaneme vztah

$$\frac{\Delta \vartheta}{\Delta \vartheta_{\infty}} = 1 - e^{-t/T} \quad (1.25)$$

Oteplení $\Delta \vartheta_{\infty}$ představuje zřejmě oteplení v ustáleném stavu, při němž vznikající tepelná energie přestupuje z povrchu tělesa S do okolí. Nutně platí

$$\Delta \vartheta_{\infty} = \frac{P}{\alpha S} = konst$$

Z rovnice (1.25) vyplývá

$$\left(\frac{d(\Delta \vartheta)}{dt} \right)_{t=0} = \frac{\Delta \vartheta_{\infty}}{T} \text{ neboli } T = \frac{\Delta \vartheta_{\infty}}{\left(\frac{d(\Delta \vartheta)}{dt} \right)_{t=0}}$$

Tečna ke křivce $\Delta \vartheta(t)$, vedená v počátku souřadnic, vytíná na přímce $\Delta \vartheta = \Delta \vartheta_{\infty}$ úsek, který určuje ve zvoleném měřítku časovou konstantu T . Snadno dokážeme, že při $t = T$

$$\frac{\Delta \vartheta_T}{\Delta \vartheta_\infty} = \frac{2}{3}$$

[2]

Podle toho můžeme časovou konstantu T určit jako dobu potřebnou k dosažení přibližně dvou třetin teploty ustáleného stavu (viz obr. 5).

S přesností zhruba 1% lze předpokládat, že teplota se ustálí za dobu $5T$. Jestliže derivujeme rovnici (1.23) podle času, dostáváme vztah

$$\frac{d(\Delta \vartheta)}{dt} = \frac{P}{\alpha S} e^{-t/T} \frac{1}{T} = \frac{\Delta \vartheta_\infty}{T} e^{-t/T} \quad (1.26)$$

[2]

Z výrazu (1.25) vyplývá vztah

$$e^{-t/T} = \frac{\Delta \vartheta_\infty - \Delta \vartheta}{\Delta \vartheta_\infty}$$

Dosazením do rovnice (1.26) dostaneme vztah

$$\frac{d(\Delta \vartheta)}{dt} = \frac{\Delta \vartheta_\infty - \Delta \vartheta}{T}$$

[2]

Označme

$$\frac{d(\Delta \vartheta)}{dt} = \operatorname{tg} \alpha$$

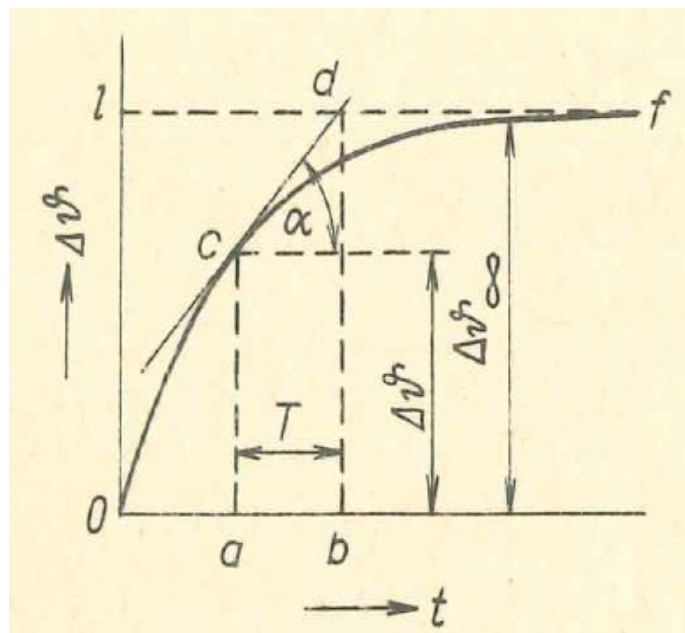
kde α je úhel, který svírá směrnice oteplovací křivky s osou úseček. Protože

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta \vartheta_\infty - \Delta \vartheta}{T}$$

platí pro časovou konstantu vztah

$$T = \frac{\Delta \vartheta_\infty - \Delta \vartheta}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (1.27)$$

[2]



Obr. 6

Na obr. 6 je naznačeno grafické určení časové konstanty při daném průběhu oteplovací křivky. Zakreslíme nejprve tečnu v libovolném bodě (C) křivky, pak určíme asymptotu lf , které se přibližuje průběh $\Delta g(t)$ pro $t \rightarrow \infty$. Promítneme-li délku cd mezi bodem z něhož jsme vedli tečnu a průsečíkem tečny s asymptotou, do osy úseček, získáme délku ab představující časovou konstantu daného průběhu.

[2]

Když $\Delta g = 0$, tzn., vedeme tečnu v počátku souřadnic, je

$$T = \frac{\Delta g_{\infty}}{\operatorname{tg} \alpha_0} \quad (1.28)$$

Jestliže v okamžiku, kdy uvedeme přístroj do chodu, má počáteční teplotu $\Delta g_{poč}$, je třeba pro určení integrační konstanty A položit $t = 0$, $\Delta g = \Delta g_{poč}$. Z rovnice (1.22) vyplývá vztah

$$\Delta g_{poč} = \frac{P}{\alpha S} + A, \text{ čili } A = \Delta g_{poč} - \frac{P}{\alpha S}$$

Obečným řešením rovnice (1.19) je vztah

$$\Delta g = \Delta g_{poč} e^{-t/T} + \frac{P}{\alpha S} (1 - e^{-t/T})$$

Při $t \rightarrow \infty$, $\Delta g = \Delta g_{\infty}$

$$\Delta g = \Delta g_{poč} e^{-t/T} + \Delta g_{\infty} (1 - e^{-t/T}) \quad (1.29)$$

[2]

Jestliže ohřev tělesa probíhá bez sdílení tepla okolnímu prostředí, je v soulase s rovnicí (1.18)

$$Pdt = Cd(\Delta\vartheta)$$

Odtud

$$\Delta\vartheta = \frac{P}{C}t$$

Protože

$$P = S\alpha\Delta\vartheta \text{ a } T = \frac{C}{\alpha S}$$

je

$$\Delta\vartheta = \frac{\Delta\vartheta_{\infty}}{T}t$$

Teplota tělesa se zvyšuje přímo úměrně s časem podle přímky, jejíž směrnice v počátku souřadnic je dána poměrem $\Delta\vartheta_{\infty}/T$.

[2]

Je třeba zdůraznit, že uvedený rozbor vychází pro usnadnění úlohy z předpokladů, jež mohou být v dostatečné míře splněny jen v jednodušších případech.

Po odpojení přístroje se jeho teplota snižuje. Protože přiváděná tepelná energie je rovna nule, musíme na levou stranu rovnice (1.18) dosadit rovněž nulu.

Dostaneme

$$0 = Cd(\Delta\vartheta) + \alpha S\Delta\vartheta dt \quad (1.30)$$

[2]

Řešením $\Delta\vartheta = Ae^{-t/T}$ kde A je opět integrační konstanta $A = \Delta\vartheta_{\infty} = \frac{P}{\alpha S}$. Úpravou dostáváme

$$\Delta\vartheta = \Delta\vartheta_{\infty}e^{-t/T} = \frac{P}{\alpha S}e^{-t/T} \quad (1.31)$$

Protože v elektrickém přístroji mají různá místa různou teplotu, dochází mezi nimi ke vzájemnému sdílení tepla, což značně komplikuje výpočet oteplení v porovnání s jednoduchým případem, který jsme právě uvedli. Další potíž způsobuje součinitel přestupu tepla α , o němž jsme předpokládali, že zůstává během oteplování konstantní.

[2]

Předpoklad není oprávněný ze dvou důvodů:

- součinitel přestupu tepla závisí na okamžité hodnotě oteplení povrchu tělesa oproti okolnímu prostředí
- závisí také na rychlosti změny teploty povrchu tělesa

Odvozené výsledky jsou velmi důležité a běžně se používají při výpočtech v praxi.

[2]

Při úvahách o sdílení tepla je potřeba řešit vždy dvě otázky:

- jednak stanovit oteplení v ustáleném stavu, kdy se teplota uvažované části přístroje dále nemění
- jednak se zabývat přechodným stavem, kdy oteplení sledovaného místa v přístroji nabývá postupně různých hodnot

[2]

1.3. Výpočet šíření tepla z povrchu tělesa při sdílení tepla konvekci a sáláním

Volné proudění v neohrazeném prostoru

Při studiu tepelného proudění se musíme zabývat jak tepelnými, tak i hydrodynamickými ději. K určení teploty tělesa sestavujeme systém diferenciálních rovnic, popisující tepelné a dynamické poměry v uvažovaném prostředí. Řešení této soustavy však naráží na značné obtíže. Proto se pro zajištění součinitele šíření tepla používá teorie podobnosti, čímž se vyhneme nutnosti řešení celého systému komplikovaných diferenciálních rovnic.

[2]

Podobnost dvou fyzikálních jevů je zajištěna tehdy, jestliže poměr sobě odpovídajících fyzikálních veličin, charakterizujících daný proces, je konstantní. Zmíněná čísla označujeme jako činitele podobnosti. Vyšetřeme podmínky podobnosti pro dva velmi jednoduché děje probíhající při oteplování homogenních vodičů elektrického pole.

[2]

Platí základní rovnice

$$\left. \begin{aligned} R_1 I_1^2 dt_1 &= c_1 G_1 d(\Delta \vartheta_1) + k_1 S_1 \Delta \vartheta_1 dt_1 \\ R_2 I_2^2 dt_2 &= c_2 G_2 d(\Delta \vartheta_2) + k_2 S_2 \Delta \vartheta_2 dt_2 \end{aligned} \right\} \quad (1.32)$$

Zavedeme činitele podobnosti

$$\left. \begin{aligned} m_i &= \frac{I_1}{I_2}; & m_R &= \frac{R_1}{R_2}; & m_c &= \frac{c_1}{c_2}; & m_G &= \frac{G_1}{G_2} \\ m_t &= \frac{t_1}{t_2}; & m_{\Delta \vartheta} &= \frac{\Delta \vartheta_1}{\Delta \vartheta_2}; & m_k &= \frac{k_1}{k_2}; & m_S &= \frac{S_1}{S_2} \end{aligned} \right\} \quad (1.33)$$

Rovnice (1.32) převedeme na bezrozměrný tvar

$$\frac{R_1 I_1^2}{k_1 S_1 \Delta \vartheta_1} = 1 + \frac{c_1 G_1}{k_1 S_1 \Delta \vartheta_1} \cdot \frac{d(\Delta \vartheta_1)}{dt_1} \quad (1.32a)$$

$$\frac{R_2 I_2^2}{k_2 S_2 \Delta \vartheta_2} = 1 + \frac{c_2 G_2}{k_2 S_2 \Delta \vartheta_2} \cdot \frac{d(\Delta \vartheta_2)}{dt_2} \quad (1.32b)$$

Zavedením činitelů podobnosti z rovnice (1.33) do rovnice (1.32a) dostaneme vztah

$$\frac{m_i^2 I_2^2 m_R R_2}{m_k k_2 m_S S_2 m_{\Delta\vartheta} \Delta\vartheta_2} = 1 + \frac{m_c C_2 m_G G_2}{m_k k_2 m_S S_2 m_{\Delta\vartheta} \Delta\vartheta_2} \cdot \frac{m_{\Delta\vartheta} d(\Delta\vartheta_2)}{m_t dt_2} \quad (1.34)$$

[2]

Rovnice (1.33) a (1.32b) jsou identické v případě, že platí

$$\frac{m_i^2 m_R}{m_k m_S m_{\Delta\vartheta}} = 1 \quad \text{a} \quad \frac{m_c m_G}{m_k m_S m_t} = 1$$

Podle rovnice (1.33) stanovíme podmínky podobnosti ve tvaru

$$\frac{R_1 I_1^2}{k_1 S_1 \Delta\vartheta_1} = \frac{R_2 I_2^2}{k_2 S_2 \Delta\vartheta_2} = \pi_1; \quad \frac{c_1 G_1}{k_1 S_1 t_1} = \frac{c_2 G_2}{k_2 S_2 t_2} = \pi_2$$

Využijeme-li předchozích výsledků, dostaneme

$$\frac{\Delta\vartheta_{\infty 1}}{\Delta\vartheta_1} = \frac{\Delta\vartheta_{\infty 2}}{\Delta\vartheta_2} = \pi_1 \quad (1.35)$$

$$\frac{T_1}{t_1} = \frac{T_2}{t_2} = \pi_2 \quad (1.36)$$

Aby oba uvažované přechodné děje probíhaly stejně, je nutnou podmínkou splnění rovnic (1.35) a (1.36). Oba vztahy nazýváme kritéria podobnosti. Obsahují soubor veličin, charakterizujících daný jev.

[2]

Pro volné proudění udává teorie podobnosti následující bezrozměrná podobnostní čísla:

Číslo Nusseltovo

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} \quad (1.37)$$

Číslo Grasshoffovo

$$Gr = \beta g \frac{L^3}{\gamma^2} (\vartheta - \vartheta_o) \quad (1.38)$$

Číslo Prandtlovo

$$Pr = \frac{\mu g c_p}{\lambda} \quad (1.39)$$

α	součinitel přestupu tepla	$[\text{W}/\text{m}^2\text{°C}]$
L	char.rozměr tělesa (průměr trubky, výška vertikálně postaveného tělesa atd.)	$[\text{m}]$
λ	součinitel tepelné vodivosti kapaliny nebo plynu	$[\text{W}/\text{m}^{\circ}\text{C}]$
β	součinitel tepelné roztažnosti kapaliny nebo plynu	$[\text{l}/^{\circ}\text{C}]$
g	tíhové zrychlení	$[\text{m}/\text{s}^2]$
$\nu = \mu/\rho$	kinematická viskozita kapaliny nebo plynu	$[\text{m}^2/\text{s}]$
ρ	měrná hmotnost kapaliny nebo plynu	$[\text{kg}/\text{m}^3]$
μ	dynamická viskozita kapaliny nebo plynu	$[\text{Ns}/\text{m}^2]$
c_p	měrné teplo při stálém tlaku plynu	$[\text{J}/\text{kg}^{\circ}\text{C}]$
ϑ	teplota povrchu tělesa	$[\text{°C}]$
ϑ_0	teplota prostředí (plynu nebo tekutiny)	$[\text{°C}]$

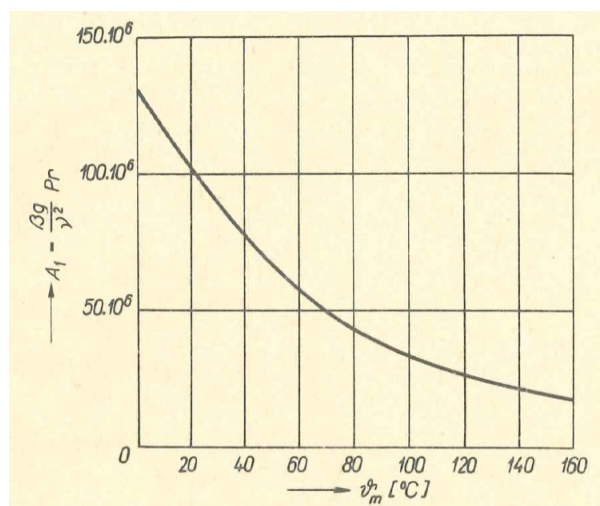
[2]

Pro výpočet oteplení je potřeba znát součinitele přestupu tepla. Součinitele lze určit podle Nusseltova čísla. Teorie podobnosti dokazuje, že Nusseltovo číslo je určitou funkcí Grasshoffova a Prandtlova čísla

$$Nu = f(Gr, Pr)$$

Určit zmíněné funkce je neobyčejně obtížné, vhodnější cestu představuje experiment. Kriteriační rovnice pro součinitele přestupu tepla mají při uvažování volného proudění mezi povrchem tělesa a prostředím tvar

$$Nu = c[Gr \cdot Pr]_s^n \quad (1.40)$$

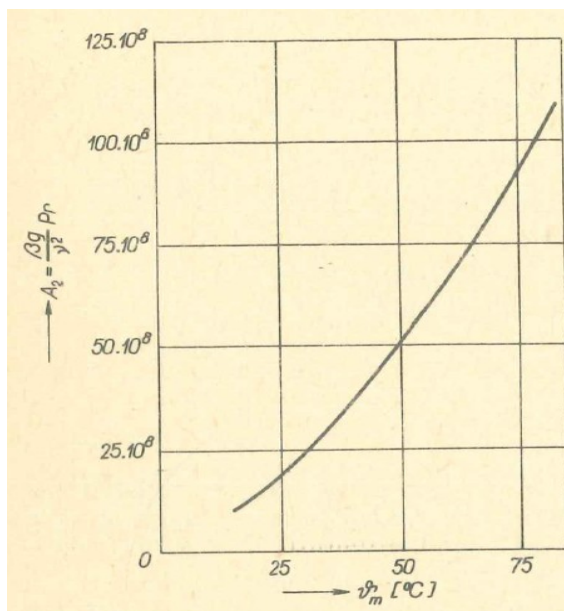


Obr. 7

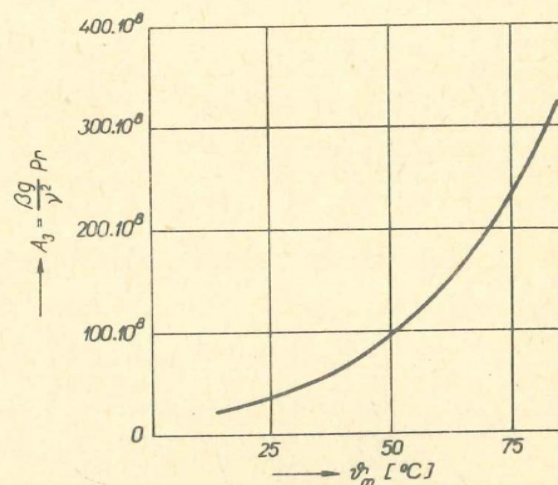
Závislost funkce $\frac{\beta g}{\nu^2} \cdot \frac{\mu g c_p}{\lambda} = \frac{\beta g}{\nu^2} Pr$ na střední teplotě $\frac{\vartheta + \vartheta_0}{2}$ pro vzduch, β - součinitel objemové roztažnosti $[\text{l}/^{\circ}\text{C}]$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ - zrychlení zemské tíže, ν - kinematická viskozita $[\text{m}^2/\text{s}]$, c_p - měrné teplo $[\text{J}/\text{kg}^{\circ}\text{C}]$, λ - součinitel tepelné vodivosti $[\text{W}/\text{m}^{\circ}\text{C}]$

[2]

kde c a n jsou konstanty, jejichž hodnota závisí na součinu $Gr \cdot Pr$. Index s naznačuje, že při volbě hodnot všech konstant předpokládáme střední hodnotu teploty povrchu tělesa a prostředí, v němž je těleso umístěno.



Obr. 8



Obr. 9

Závislost funkce $\frac{\beta g}{v^2} \cdot \frac{\mu g c_p}{\lambda} = \frac{\beta g}{v^2} \text{Pr}$

na střední teplotě $\frac{\vartheta + \vartheta_o}{2}$ pro vodu

Závislost funkce $\frac{\beta g}{v^2} \cdot \frac{\mu g c_p}{\lambda} = \frac{\beta g}{v^2} \text{Pr}$

na střední teplotě $\frac{\vartheta + \vartheta_o}{2}$
u transformátorového oleje

[2]

Šíření tepla prouděním v ohraničeném prostoru (vynucené proudění)

Sdílení tepla prouděním přes tenkou vrstvu tekutiny nebo plynu probíhá s menší intenzitou než tehdy, je-li těleso uloženo v neohraničeném prostoru. Při dostatečně malé tloušťce mezivrstvy dochází pouze k vedení tepla. Vliv tloušťky vrstvy prostředí na proudění tepla ve štěrbinách respektuje zavedením pojmu tzv. ekvivalentní tepelné vodivosti λ_{ek} materiálu prostředí, jež vyplňuje šterbinu. Vychází se z rovnice

$$\frac{\lambda_{ek}}{\lambda} = \varepsilon_k \quad (1.41)$$

kde λ je tepelná vodivost materiálu prostředí vyplňujícího prostředí; její hodnota se udává pro střední teplotu určenou z teploty obou sousedních štěrbin,

ε_k - součinitel (vždy platí $\varepsilon_k > 1$).

[2]

Pokusy prokázaly, že součinitel proudění je funkcí výrazu $(Gr \cdot \text{Pr})$:

$$\varepsilon_k = f(Gr \cdot \text{Pr}) \quad (1.42)$$

Pro rozsah

$$(Gr \cdot Pr)_s < 1000 \quad (1.43)$$

je součinitel ε_k prakticky roven jedné, tzn. šíření tepla štěrbinou se děje výhradně vedením a nikoli prouděním. Jestliže

$$10^3 < (Gr \cdot Pr)_s < 10^6 \quad (1.44)$$

platí pro součinitel proudění

$$\varepsilon_k = 0,105(Gr \cdot Pr)_s^{0,3} \quad (1.45)$$

Pro interval

$$10^6 < (Gr \cdot Pr)_s < 10^{10} \quad (1.46)$$

je

$$\varepsilon_k = 0,4(Gr \cdot Pr)_s^{0,2} \quad (1.47)$$

Připomeňme, že v rovnicích (1.42) až (1.47) se při stanovení Grasshoffova čísla (Gr) používá teplota, určená aritmetickým průměrem teplot obou sousedních stěn, které vytvářejí štěrbinu.

[2]

1.4. Základy teorie šíření tepla vedením

Základní Fourierova rovnice

Udává se jako

$$dQ = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial n} S dt \quad (1.48)$$

dQ - množství tepla procházející za dobu dt plochou S ve směru kolmém k ploše S .

$\partial \vartheta / \partial n$ - derivace teploty ve směru normály, vedené k ploše S .

λ - součinitel tepelné vodivosti $[W/m^\circ C]$

[2]

Záporné znaménko v rovnici (1.48) ukazuje, že teplo prochází ve směru, v němž klesá teplota, a to kolmo na plochu S .

Dělíme-li obě strany rovnice diferenciálem dt , získáváme množství tepla procházející plochou S za časovou jednotku

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial n} S \quad (1.49)$$

Zavedeme $dQ/dt = \Phi$ a označme jako tepelný tok procházející plochou S .

Poměr

$$\frac{\Phi}{S} = \Phi_o$$

představuje hustotu tepelného toku v libovolném místě plochy S . Kombinujeme-li rovnici (1.48) s (1.49), dostáváme vztah

$$\Phi_o = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \quad (1.50)$$

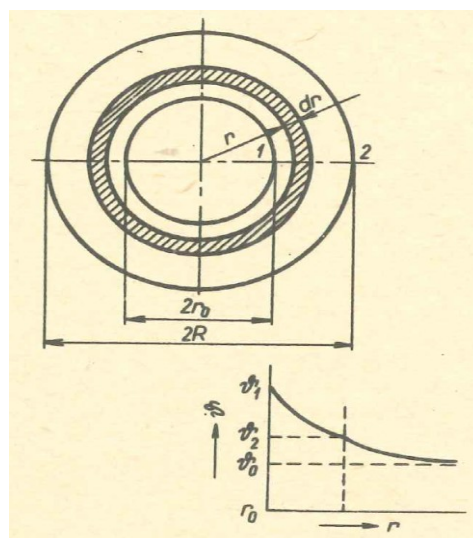
[2]

1.5. Přestup tepla stěnou trubky

Na obr. 10 je naznačen řez trubkou o vnitřním průměru $2r_o$ a vnějším $2R$. Vnitřní stěna má teplotu ϑ_1 , vnější ϑ_2 . Předpokládáme, že teplo se šíří trubkou pouze radiálně, kdežto ve směru osy trubky ke sdílení tepla nedochází. Vzhledem k souměrnosti uspořádání probíhá změna teploty ve směru libovolně zvoleného poloměru stejně. Použijeme tedy s výhodou válcových souřadnic a přepíšeme rovnici (1.49) na tvar

$$\Phi = -\lambda \frac{d\vartheta}{dr} 2\pi r l \quad (1.51)$$

Φ - tepelný tok procházející válcovou plochou o poloměru r
 l - délka válce



Obr. 10

Vztah (1.51) upravíme na

$$d\vartheta = -\frac{\Phi}{2\pi\lambda} \cdot \frac{dr}{r} \quad (1.52)$$

[2]

Předpokládáme, že vnitřní stěna trubky má vyšší teplotu než vnější povrch, tzn. $\vartheta_1 > \vartheta_2$. Integrací rovnice (1.52) v mezích ϑ_1 až ϑ_2 a od r_o do R pak dostáváme

$$\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} d\vartheta = -\frac{\Phi}{2\pi\lambda} \int_{r_o}^R \frac{dr}{r}$$

tzn.

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = \frac{\Phi}{2\pi\lambda} \ln \frac{R}{r_o} \quad (1.53)$$

Odvozená rovnice popisuje šíření tepelného toku ve válcové trubce daných rozměrů. Při praktických výpočtech vztahujeme všechny výpočty obvykle na jednotkovou délku válce, tzn., pracujeme s tepelným tokem $\Phi_1 = \Phi/l$, takže

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = \frac{\Phi_1}{2\pi\lambda} \ln \frac{R}{r_o} \quad (1.54)$$

Tepelný odpor jednotkové délky válce určíme z rovnice (1.54)

$$R_T = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\Phi_1} = \frac{l}{2\pi\lambda} \ln \frac{R}{r_o} \quad (1.55)$$

Skládá-li se trubka z většího počtu dutých soustředných válců, určíme výsledný tepelný odpor součtem tepelných odporů jednotlivých vrstev:

$$R_T = \frac{l}{2\pi} \sum_{n=1}^{n=k} \frac{\ln \frac{R_{n+1}}{R_n}}{\lambda_n} \quad (1.56)$$

[2]

1.6. Princip tepelné sítě

Spínací přístroj si lze představit jako soubor různých těles, z nichž jen u některých vzniká teplo. Toto teplo pak proudí z místa vzniku do sousedních těles a přes ně postupně až k rozhraní mezi souborem těles a vnější atmosférou. Rozhraním se předává do prostoru. Řada na sebe navazujících kovových těles souboru je přitom dále vyznačena tím, že určitá část z tepla, které proudí ve směru teplotního spádu tělesa, uniká také jeho povrchem do okolí. V důsledku toho teplo vystupující z kovového tělesa ve směru teplotního spádu je menší než součet tepla do tělesa vstupujícího a v tělese vznikajícího. Za tohoto stavu nestačí pro určení tepelného toku v takovém tělese dosud uvedené jednoduché vztahy. Je proto obecně výpočet oteplení jednotlivých dílců elektrického zařízení obtížná záležitost, neboť se vytváří řada tepelných toků různým způsobem se dělících, rozvětřujících a překrývajících.

[1]

Vhodnou metodou pro výpočet oteplení dílců za takové situace je metoda tepelných obvodů, při níž používáme postupů analogických řešení rozvětvené elektrické sítě. Seřazováním dílčích tepelných

zdrojů a odporů za sebou nebo vedle sebe vytvoříme odpovídající tepelnou síť. Tepelně složitější tělesa vkládáme do sítě pomocí jejich individuálních náhradních schémat. Teprve řešením celé sítě můžeme určit odpovídající oteplení jednotlivých míst souboru.

[1]

U spínacích přístrojů jsou poměry ve srovnání s elektrickými stroji poněkud odlišné, a proto se tvar tepelné sítě přístrojů také nemění. Proudovodná dráha mívá totiž zpravidla podobu podlouhlého, byť tvarově různorodého vodiče. Proudovodné dráhy jednotlivých pólů trojfázových vypínačů na vyšší napětí bývají vzhledem k nutným pólovým roztečím odděleny takovou vrstvou vzduchu, že se prakticky navzájem tepelně neovlivňují. Případné rozdíly v chlazení středního pólu oproti krajním pólům bývají malé a většinou zanedbatelné. Sestavujeme proto tepelnou síť jen pro jednu fázi a tato tepelná síť má charakter jednořadové sítě. Protože většinu úseků proudovodné dráhy tvoří tyče, jimiž část tepla protéká ve směru jejich osy do sousedního dílce a část tepla se odvádí do okolí jejich povrchem, zavádíme je do tepelné sítě odpovídajícími náhradními schématy. Výhodou jednořadové tepelné sítě je možnost jejího přímého početního řešení. Navíc ji lze aplikovat při dodržení určitých zásad i pro vícepólové spínače nízkého napětí v kompaktním provedení.

[1]

Dílce beze ztrát

Uvažujeme dílec z homogenního materiálu podle obr. 11 o konstantním průřezu S , jímž ve směru jeho délky protéká tepelný tok Q . V dílci žádné nové teplo nevzniká, ale ze vstupujícího tepla Q_1 se část odvádí jeho povrchem, takže z dílce vystupující tok $Q_2 < Q_1$.

Dílec představuje úsek tepelného pole. Tepelný tok mezi dvěma místy v takovém tepelném poli je vyvolán rozdílem jejich teplot, tj. tepelným spádem.

[1]

Velikost toku Q je přímo úměrná ploše průřezu S , teplotnímu rozdílu obou uvažovaných míst $\Theta = T_1 - T_2$ a nepřímo úměrná jejich vzdálenosti l .

[1]

$$Q = \frac{\Theta}{R_T} = \lambda \cdot \frac{S}{l} \cdot (T_1 - T_2) \quad (1.57)$$

Činitelem úměrnosti je tepelná vodivost $\lambda [W / m \cdot K]$, a to je materiálová vlastnost.

Pokud se omezíme pouze na délku dx takového tělesa v místě x s oteplením Θ , vytvoříme rovnici (1.56) pro velikost toku Θ v diferenciálním tvaru ($T_1 - T_2 \Rightarrow d\Theta$); $l \Rightarrow dx$:

$$Q_x = -\lambda S \cdot \frac{d\Theta}{dx} \quad (1.58)$$

Výraz $\frac{d\Theta}{dx}$ označuje matematicky směrnici dráhy toku v daném místě. Protože tepelný tok probíhá

směrem poklesu teploty, je jeho směrnice záporná. Budeme-li uvažovat, že tento tok vstupuje do elementu jedním koncem, vytéká z druhého konce tok odpovídající oteplení velikosti $\Theta + d\Theta$:

$$Q_{(x+dx)} = -\lambda S \cdot \frac{d}{dx} \cdot (\Theta + d\Theta) = -\lambda S \cdot \left(\frac{d\Theta}{dx} + \frac{d^2\Theta}{dx^2} \cdot dx \right)$$

Současně se z každého místa na povrchu tělesa $P [m^2]$ odvádí stejné množství tepla do okolí $\alpha_o [W / m^2 K]$. Jestliže se obvodem tyče O odvádí teplo, podle situace to může být celý obvod dílce nebo jeho část, pak se povrchem elementu $O \cdot dx$, jehož oteplení proti okolí je Θ , ztrácí teplo:

$$Q_a = \alpha_o \cdot O \cdot \Theta \cdot dx$$

[1]

Protože v dílci nikde žádné teplo nevzniká, bude mít rovnice rovnováhy mezi teplem Q_x do elementu přiváděným a teplem $Q_{(x+dx)} + Q_\alpha$ z elementu vystupujícím následující znění:

[1]

$$-\lambda S \frac{d\Theta}{dx} = -\lambda S \frac{d\Theta}{dx} - \lambda S \frac{d^2\Theta}{dx^2} + \alpha_o \cdot O \cdot \Theta dx \quad (1.59)$$

odtud

$$\lambda S \frac{d^2\Theta}{dx^2} = \alpha_o \cdot O \cdot \Theta$$

Klademe-li

$$\beta = \frac{\alpha_o O}{\lambda S} \quad (1.60)$$

dostáváme výchozí rovnici pro určení průběhu oteplení podél tyče v přehlednějším tvaru

$$\frac{d^2\Theta}{dx^2} - \beta\Theta = 0 \quad (1.61)$$

[1]

Je to diferenciální rovnice druhého řádu typu: $y'' - \beta^2 y = 0$. Obecné řešení této rovnice je

$$\Theta = A \cdot e^{\beta x} + B \cdot e^{-\beta x} \quad (1.62)$$

[1]

Dosazením rovnice (1.62) do rovnice (1.58) dostáváme alternativně řešení rovnice pro tepelný tok

$$Q = -\lambda S \beta (A \cdot e^{\beta x} - B \cdot e^{-\beta x}) = \delta (B \cdot e^{-\beta x} - A \cdot e^{\beta x}) \quad (1.63)$$

v němž zavedeme substituci

$$\delta = \lambda S \beta = \alpha_o \cdot O \lambda S \quad (1.64)$$

[1]

Pro stanovení integračních konstant A a B vycházíme z okrajových podmínek, tj. z hodnot oteplení Θ nebo tepelného toku Q v koncových bodech tyče: $x = 0; x = 1$. Obecně jsou tři základní možnosti. Zadáme-li v obou koncových bodech buď jen oteplení Θ_1 a Θ_2 nebo jen toky Q_1 a Q_2 , dosazujeme v prvním případě do rovnice (1.62) pro oteplení, ve druhém případě do rovnice (1.63) pro tok. Známe-li v jednom koncovém bodě tyče oteplení a ve druhém tepelný tok, musíme patřičně kombinovat obě rovnice.

[1]

V dalším textu zmíním případy, které mají praktický význam pro sestavení a řešení tepelných schémat v přístrojích, tj. kdy

- A) jsou dána oteplení koncových bodů Θ_1 a Θ_2
- B) je dán vstupní a výstupní tok Q_1 a Q_2
- C) je dán vstupní tok Q_1 ; z druhého konce se odvádí teplo do okolí podobně jako z povrchu
- D) je dán vstupní tok Q_1 ; z druhého konce žádný tok nevystupuje

[1]

A. Na počátku tyče ($x = 0$) je oteplení Θ_1 ; na konci tyče ($x = l$) je oteplení Θ_2 . Po dosazení do rovnice (1.63) průběhu oteplení je

$$\Theta_1 = A + B \qquad \Theta_2 = A \cdot e^{\beta l} + B \cdot e^{-\beta l}$$

První rovnici vynásobím činitelem $e^{\beta l}$, odečtu od druhé a z výsledku vyjádřím konstantu B

$$B = \frac{\Theta_1 e^{\beta l} - \Theta_2}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}$$

Zpětným dosazením do rovnice pro Θ_1 obdržím druhou integrační konstantu:

$$A = \frac{\Theta_2 - \Theta_1 \cdot e^{-\beta l}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}$$

Protože platí definice

$$\frac{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}{2} = \sinh \beta l \quad (1.65)$$

můžu napsat

$$A = \frac{\Theta_2 - \Theta_1 \cdot e^{-\beta l}}{2 \sinh \beta l} \qquad B = \frac{\Theta_1 e^{\beta l} - \Theta_2}{2 \sinh \beta l}$$

[1]

Dosazením těchto výrazů za integrační konstanty do obecného řešení (1.62) dostanu po aplikaci definice (1.65) a úpravě konečnou rovnici pro průběh oteplení podél tyče

$$\Theta = \frac{\Theta_1 \cdot \sinh \beta \cdot (l - x) + \Theta_2 \cdot \sinh \beta x}{\sinh \beta l} \quad (1.66)$$

[1]

Abych mohl stanovit tepelný odpor R_T pro sestavení tepelné sítě, potřebuji určit tok Q_2 na konci tyče. Proto do rovnice (1.63) za konstantu A a B dosadím Q, nebo do rovnice (1.58) za Θ výraz (1.66). V obou případech obdržím

$$Q = \frac{\delta}{\sinh \beta l} \cdot [\Theta_1 \cdot \cosh \beta \cdot (l - x) - \Theta_2 \cdot \cosh \beta x] \quad (1.67)$$

Pro $x = 0$ dostanu tok Q_1 na začátku tyče

$$Q_1 = \frac{\delta}{\sinh \beta l} \cdot (\Theta_1 \cdot \cosh \beta l - \Theta_2)$$

Tento výraz upravím přičtením a odečtením Q_1 , abych mohl použít diferenčního vztahu

$$\frac{\cosh \beta l - 1}{\sinh \beta l} = \tanh \cdot \frac{\beta l}{2} \quad (1.68)$$

[1]

Tak obdržím

$$Q_1 = \delta \cdot \left(\frac{\Theta_1 - \Theta_2}{\sinh \beta l} + \Theta_1 \cdot \tanh \frac{\beta l}{2} \right) \quad (1.69)$$

Pro $x = 1$ dostávám stejným postupem tok na konci tyče Q_2

$$Q_2 = \delta \cdot \left(\frac{\Theta_1 - \Theta_2}{\sinh \beta l} + \Theta_2 \cdot \tanh \frac{\beta l}{2} \right) \quad (1.70)$$

Nyní zavedu označení

$$R_{Ti} = \frac{\sinh \beta l}{\delta} \quad (1.71)$$

$$R_{Te} = \frac{1}{\delta \cdot \tanh \frac{\beta l}{2}} \quad (1.72)$$

a výrazy pro velikost tepelného toku vstupního a výstupního můžu napsat ve tvaru

$$Q_1 = \frac{\Theta_1 - \Theta_2}{R_{Ti}} + \frac{\Theta_1}{R_{Te}} \quad (1.73)$$

$$Q_2 = \frac{\Theta_1 - \Theta_2}{R_{Ti}} + \frac{\Theta_2}{R_{Te}} \quad (1.74)$$

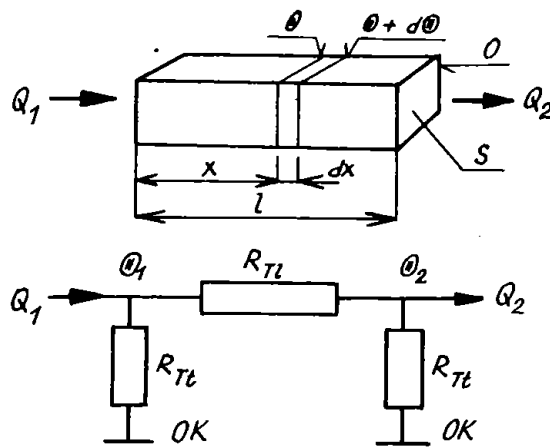
[1]

Jak se snadno můžu přesvědčit, vyhovují tyto vztahy rovnici pro uzly tepelné sítě

$$\sum Q = 0 \quad (1.75)$$

při uspořádání tepelných odporů R_{Ti} a R_{Te} do tvaru π článku podle obr. 11. Je tedy náhradním schématem tyče, z níž se také odvádí teplo povrchem do okolí.

[1]



Obr. 11

π - článek s podélným odporem R_{Tl} a dvěma příčnými odpory R_{Tt} v uzlech tepelného obvodu.

Pro dva krajní případy lze uvedené vztahy pro výpočet odporů tepelné sítě vhodně upravit. Jedná se o případ „tepelně krátké tyče“, a o „případ tepelně dlouhé tyče“, .

[1]

O tepelně krátké tyči hovoříme, je-li číselná hodnota výrazu

$$\beta l = l \cdot \sqrt{\frac{\alpha_o O}{\lambda S}} \ll 1$$

tj. cca 0,1 a menší. Pak můžeme klást $\sinh \beta l \approx \tanh \beta l \approx \beta l$. Za tohoto stavu bude

$$R_{Tl} \approx \frac{\beta l}{\delta} = l \cdot \sqrt{\frac{\alpha_o O}{\alpha_o O \lambda^2 S^2}} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{l}{S} = R_T \quad (1.76)$$

$$R_{Tt} \approx \frac{2}{\delta \beta l} = \frac{2}{l \sqrt{\frac{\alpha_o^2 O^2 \lambda S}{\lambda S}}} = \frac{2}{\alpha_o O l} - \frac{1}{\frac{\alpha_o O l}{2}} \quad (1.77)$$

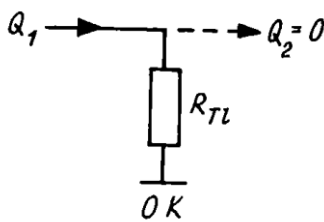
Pro tepelně krátkou tyč je podélný odpor R_{Tl} roven skutečnému tepelnému odporu R_T . Každý z příčných odporů R_{Tt} se rovná polovině odporu pro přestup tepla z tyče povrchem do okolí.

[1]

Případ tepelně dlouhé tyče nastává pro $\beta l \gg 1$, tj. pro velikost cca 10 a větší. Pro $\beta l \geq 10$ můžeme uvažovat, že $\sinh \beta l \approx \sinh \infty = \infty$; $\tanh \beta l \approx \tanh \infty = 1$. Vztahy pro odpory náhradního schématu nabudou tvaru

$$R_{Tl} \approx \infty \quad R_{Tt} \approx \frac{1}{\delta} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_o O \lambda S}} \quad (1.78)$$

[1]



Obr. 12

Nekonečná velikost podélného odporu mezi uzly představujícími konec tyče znamená, že žádný vstupující tepelný tok se nedostane na konec tyče. Odpor R_{Tt} , charakterizující odvod tepla z tyče chlazením, nezávisí na délce tyče a má za daných podmínek minimální možnou velikost. Prakticky se pak náhradní schéma tepelně dlouhé tyče redukuje na vstupní příčný odpor podle obr. 12.

[1]

B. V místě $x = 0$ vstupuje do tyče tepelný tok Q_1 , z druhého konce $x = 1$ vystupuje tok Q_2 . Řešíme jen obecně průběh oteplení podél tyče. Okrajové podmínky dosadím do rovnice (1.63)

$$Q_1 = \delta \cdot (B - A) \quad Q_2 = \delta \cdot (B \cdot e^{-\beta l} - A \cdot e^{\beta l}) \quad [1]$$

Po vynásobení první rovnice výrazem $e^{\beta l}$, odečtení od druhé a úpravě je integrační konstanta B

$$B = \frac{Q_1 \cdot e^{\beta l} - Q_2}{2\delta \cdot \sinh \beta l}$$

Dosazením za konstantu B do výchozí rovnice pro Q_1 obdržím pro integrační konstantu A výraz

$$A = \frac{Q_1 \cdot e^{-\beta l} - Q_2}{2\delta \cdot \sinh \beta l}$$

Konstanty dosadím do rovnice průběhu oteplení (1.62) a upravím ji na konečný tvar

$$\Theta = \frac{Q_1 \cdot \cosh \beta(l-x)}{\delta \cdot \sinh \beta l} - \frac{Q_2 \cdot \cosh \beta x}{\delta \cdot \sinh \beta l} \quad (1.79) \quad [1]$$

C. Do tyče vstupuje na jejím počátku ($x = 0$) tepelný tok Q_1 a všechno se předává do okolí povrchem a druhým koncem. Je to tedy případ podle předchozího odstavce B pro $Q_2 = \alpha_o S \Theta_2$. Takový dílec působí jako chladicí článek. Hodnoty pro konec tyče, tj. $x = l$; $\Theta = \Theta_2$; $Q_2 = \alpha_o S \Theta_2$ dosazujeme proto do rovnice (1.79)

$$\Theta_2 = \frac{Q_1}{\delta \cdot \sinh \beta l} - \frac{\alpha_o S \Theta_2}{\delta} \cdot \frac{\cosh \beta l}{\sinh \beta l}$$

a odtud

$$\Theta_2 = \frac{Q_1}{\delta \cdot \sinh \beta l + \alpha_o S \cdot \cosh \beta l} \quad (1.80) \quad [1]$$

Výsledek vložený do vztahu $Q_2 = \alpha_o S \Theta_2$ dosadíme znovu do rovnice (1.79), tentokrát však spolu se vstupními hodnotami $x = 0$; $\Theta = \Theta_1$

$$\Theta_1 = \frac{Q_1}{\delta \cdot \sinh \beta l} \cdot \left(\cosh \beta l - \frac{\alpha_o S}{\delta \cdot \sinh \beta l + \alpha_o S \cdot \cosh \beta l} \right) \quad (1.81) \quad [1]$$

Ze srovnání vzorce (1.75) se základním vztahem pro tepelný tok

$$\Theta_1 = Q_1 \cdot R_{TCH}$$

je tepelný odpor takového chladicího dílce z hlediska uzlu v místě ($x = 0$) dán výrazem

$$R_{TCH} = \frac{1}{\delta \cdot \sinh \beta l} \cdot \left(\cosh \beta l - \frac{\alpha_o S}{\delta \cdot \sinh \beta l + \alpha_o S \cdot \cosh \beta l} \right) \quad (1.82)$$

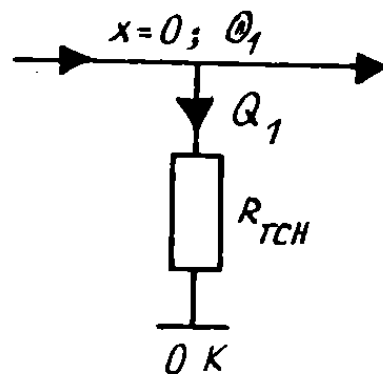
A jeho náhradním schématem dle obr. 13 vzhledem k hlavnímu směru tepelného toku v proudovodné dráze.

[1]

D. Jest dán vstupní tok Q_1 ; z konce tyče $x = l$ se neodvádí žádné teplo, takže $Q_2 = 0$. Veškeré do tyče vstupující teplo se předává do okolí je povrchem tyče. Dosazením okrajových hodnot $x = 0$; $\Theta = \Theta_1$; $Q_2 = 0$ do rovnice (1.79) obdržíme

$$\Theta_1 = \frac{Q_1}{\delta} \cdot \frac{\cosh \beta l}{\sinh \beta l} = Q_1 R_{TCH} \quad (1.83)$$

$$R_{TCH} = \frac{1}{\delta \cdot \tanh \beta l} \quad (1.84)$$



Obr. 13

Podle tohoto poměrně jednoduchého vztahu pro tepelný odpor lze počítat chladicí tyč i v případě, že se koncovou plochou tyče S odvádí do okolí teplo stejně jako ostatním povrchem dílce, pokud $S \ll 1$. Výpočet bude proti přesnému, ale složitějšímu vzorci (1.82) rychlejší. Dopustím se přitom kladné chyby, tzn., že vypočtené oteplení vstupního uzlu Θ_1 bude větší než skutečné, protože skutečný ochlazovaný povrch tyče je nepatrně větší než dosazovaný.

[1]

Dílce se ztrátami

Vzniká-li průtokem proudu v každé jednotce objemu homogenního dílce teplo $q = \rho \cdot \sigma^2$, pak v elementu tyče konstantního průřezu S vzniká teplo $q \cdot S dx$. V rovnici tepelné rovnováhy se pak zvětší teplo přiváděné do uvažovaného elementu ještě o toto množství

$$-\lambda S \cdot \frac{d\Theta}{dx} + qS \cdot dx = -\lambda S \cdot \frac{d}{dx} \cdot (\Theta + d\Theta) + \alpha_o O \cdot \Theta \cdot dx \quad (1.85)$$

[1]

Podobným způsobem jako v případě rovnice (1.59) dospějeme k výchozí diferenciální rovnici ve tvaru

$$\frac{d^2\Theta}{dx^2} - \beta^2\Theta = -\frac{q}{\lambda} \quad (1.86)$$

kde $\beta^2 = \frac{\alpha_o O}{\lambda S}$. Kdybychom uvažovali, že v elementu uvolňované teplo $qSdx$ se odvede do okolí povrchem Odx a žádné jiné teplo se do elementu ani nepřivádí, ani se z něj neodvádí, bylo by ustálené oteplení elementu, respektive celé tyče Θ_∞ dáno výrazem

$$\Theta_\infty = \frac{qS \cdot dx}{\alpha_o O \cdot dx} = \frac{qS}{\alpha_o O}$$

Zavedeme-li takto definovaný pojem Θ_∞ do výchozí rovnice (1.86) vztahem

$$\frac{q}{\lambda} = \frac{\alpha_o O}{\lambda S} \cdot \Theta_\infty = \beta^2 \Theta_\infty$$

nabude znění

$$\frac{d^2\Theta}{dx^2} - \beta^2(\Theta - \Theta_\infty) = 0$$

Protože $\Theta_\infty = konst.$ a $\frac{d}{dx}(konst.) = 0$, můžeme předchozí rovnici přepsat následovně.

[1]

Považujeme-li rozdíl $(\Theta - \Theta_\infty) = \Theta'$ za novou proměnnou, dostáváme výchozí rovnici ve stejném tvaru jako je rovnice (1.59) pro tyče beze ztrát

$$\frac{d^2\Theta'}{dx^2} - \beta^2\Theta' = 0 \quad (1.87)$$

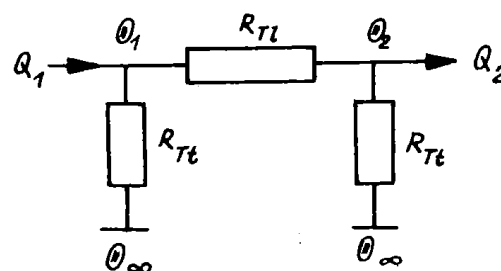
Pro tok na začátku Q_1 a na konci Q_2 platí tedy výrazy

$$Q_1 = \frac{\Theta'_1 - \Theta'_2}{R_{Tl}} + \frac{\Theta'_1}{R_{Tt}} = \frac{\Theta_1 - \Theta_2}{R_{Tl}} + \frac{\Theta_1 - \Theta_\infty}{R_{Tt}} \quad (1.88)$$

$$Q_2 = \frac{\Theta'_1 - \Theta'_2}{R_{Tl}} + \frac{\Theta'_2}{R_{Tt}} = \frac{\Theta_1 - \Theta_2}{R_{Tl}} + \frac{\Theta_2 - \Theta_\infty}{R_{Tt}} \quad (1.89)$$

neboť $\Theta'_1 = \Theta_1 - \Theta_\infty$; $\Theta'_2 = \Theta_2 - \Theta_\infty$. Je tedy náhradním schématem tyče konstantního průřezu zase π -článek. Jediný rozdíl proti tyči beze ztrát je okolnost, že oteplení vnějších konců příčných odporů není nulové, ale konečné (viz. Obr. 14), dané vztahem

$$\Theta_{\infty} = \frac{qS}{\alpha_o O} = \frac{\rho \delta^2 S}{\alpha_o O} = \frac{RI^2}{\alpha_o O \cdot l} \quad (1.90)$$



Obr. 14

[1]

Prakticky to znamená, že vznik tepla ve vodiči se do náhradního schématu zavádí odpovídající číselnou změnou teplotního spádu na příčných větvích π - článku. Při větších ztrátách nebo horším chlazení dílce se stává $\Theta_{\infty} > \Theta_1$; $\Theta_{\infty} > \Theta_2$. Příčnou větví pak již teplo z hlavní proudové dráhy sítě neodtéká, ale naopak do hlavní dráhy vtéká. V tomto případě vlastní chlazení dílce je vzhledem k jeho ztrátám nedostatečné. Teplo v dílci vznikající musí odtéci do sousedních dílců a teprve jimi se předat do atmosféry. Vzhledem k definici (1.90) jsou hodnoty oteplení Θ_{∞} hodnotami fiktivními a mohou nabývat velikostí i značně větších, než je dovolené oteplení dílce. Skutečné oteplení povrchu vodiče na jeho koncích představují velikosti Θ_1 a Θ_2 na vstupu a výstupu π - článku, závislé na charakteru všech sousedních dílců. Určíme je až konečným řešením celé sítě. Jedná-li se o izolovanou tyč, pak místo měrné vodivosti α_o , vztahující se k rozhraní izolace a vzduchu, dosadíme do vzorce (1.90) náhradní měrnou chladivost α_{on} přepočtenou na povrch kovu vodiče.

[1]

Podobně jako v případě tyčí beze ztrát jsou extrémními případy tyčí se ztrátami tepelně krátké a tepelně dlouhé tyče. Jejich schémata se navzájem liší opět jen oteplením konců příčných větví.

[1]

Tyče proměnného průřezu

Tyče s proměnným průřezem se obecně řeší obdobným způsobem, jako tyče s konstantním průřezem. Výchozí diferenciální rovnice bude upravená, protože s proměnnou x se nemění jen oteplení podél tyče, ale průřez S a chladicí obvod O .

[1]

$$\frac{d}{dx} \cdot \left[S_{(x)} \cdot \frac{d\Theta}{dx} \right] - \frac{\alpha_o}{\lambda} \cdot O_{(x)} \Theta = 0 \quad (1.91)$$

Abych mohl takovou rovnici řešit, musím znát a do rovnice zavést změnu průřezu a obvodu s jeho délkou. Tato změna nesmí vyjadřovat skok a nesmí být ani strmá, protože pak nemůže být dodržen předpoklad rovnoměrného rozložení tepelného toku v každém průřezu. Řešení rovnice (1.91) je podstatně obtížnější, než řešení rovnice při konstantním průřezu a obvodu.

[1]

S případy průběžných úseků proudovodné dráhy proměnného průřezu se setkáváme málo. Pokud se v proudovodné dráze takový dílec nachází, vede rychleji k cíli než přibližný výpočet. Proto rozdělíme tyč na dva nebo více úseků s konstantním průřezem, který odpovídá jeho střední velikosti v příslušné části. Každý úsek znázorníme v tepelné síti samostatným π - článkem. Tyto články, řazené za sebou, pak tvoří náhradní schéma tyče proměnného průřezu. Náhradní řešení bude tím přesnější, čím je změna průřezu mírnější a čím větší počet úseků budeme uvažovat. Větší počet

prvků a uzlů tepelné sítě zvětšuje pracnost řešení. Jestli se jedná o dílce beze ztrát nebo se ztrátami, postup řešení je v podstatě stejný. V prvním případě mají příčné odpory všech π - článků nulové hodnoty oteplení, u dílců se ztrátami je na koncích příčných větví oteplení Θ_∞ , dané poměrem ztrát $R_i I^2$ a ochlazovacích podmínek $\alpha_o O_i l_i$ každého jednotlivého úseku.

[1]

Častější než případy průběžných průřezově proměnných úseků proudovodné dráhy jsou tvarované dílce beze ztrát, které na proudovodnou dráhu jen navazují, a které působí jen jako chladící členy. Do tepelné sítě se zařazují příčným odporem R_{TCH} podle obr. 7 stejně, jako chladící tyče konstantního průřezu. Velikost odporu R_{TCH} můžeme přibližně určit rozčleněním dílce na úseky středního průřezu. Výsledný odpor je pak součtem odporů R_{Ti} jednotlivých úseků, protože jsou řazeny za sebou

[1]

$$R_{TCH} = \sum_{i=1}^{i=n} R_{Ti} \quad (1.92)$$

V tomto případě se tepelná síť nekomplikuje. Pro orientaci dále uvádím výsledné výpočtové vztahy pro několik geometrických tvarů.

[1]

A. Trojúhelníkové žebro (obr. 15)

Tepelný odpor žebra R_{TCH} z materiálu o tepelné vodivosti λ , které svým povrchem a měrnou chladivostí α_o předává vstupující tok Q do atmosféry je

$$R_{TCH} = \frac{l}{a \cdot b \cdot \lambda} \cdot f_t(\xi) \quad (1.93)$$

kde

$$\xi = 2l \cdot \sqrt{\frac{2\alpha_o}{a\lambda}} \quad (1.94)$$

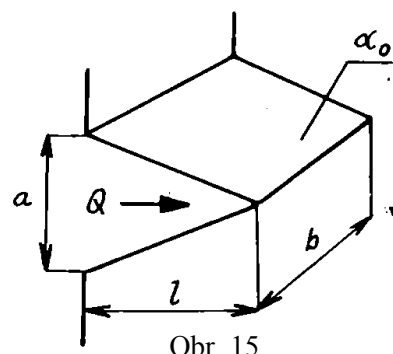
[1]

Závislost $f_t(\xi)$ je graficky zaznamenána na obr. 18. Pro velké hodnoty ξ se $f_t(\xi)$ blíží $2/\xi$; pro malé ξ se blíží $(2/\xi)^2$.

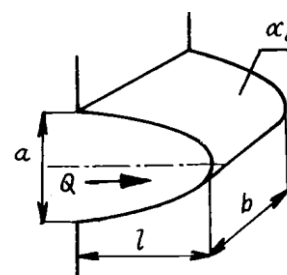
[1]

B. Žebro parabolického profilu (obr.16)

Tepelný odpor R_{TCH} žebra parabolického profilu je za stejných podmínek jako u žebra podle odstavce A.



Obr. 15



Obr. 16

$$R_{TCH} = \frac{a}{b \cdot l \cdot \lambda} \cdot f_p(\xi) \quad (1.95)$$

kde

$$\xi = 1,88l \cdot \sqrt{\frac{\alpha_o}{a\lambda}} \quad (1.96)$$

Závislost $f_p(\xi)$ je graficky vynesena na obr. 18. Její limitní velikost pro ξ blížící se nekonečnu je $2/\xi$ a pro ξ blížící se nule je $2,667/\xi^2$.

[1]

C. Žebro lichoběžníkového tvaru (obr. 17)

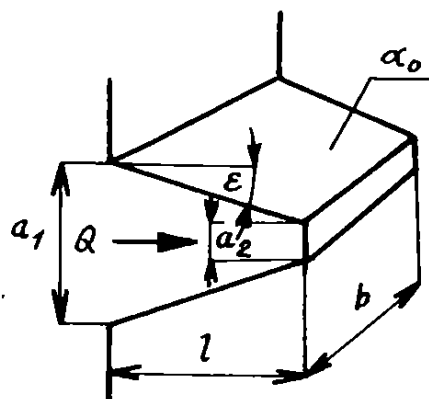
Tepelný odpor R_{TCH} žebra lichoběžníkového profilu je za stejných podmínek jako u žebra podle odstavce A.

$$R_{TCH} = \frac{l}{a_1 \cdot b \cdot \lambda \cdot \sin \varepsilon} \cdot f_l(\xi_1, \xi_2) \quad (1.97)$$

kde

$$\xi_1 = \sqrt{\frac{b_2 \alpha_o (1 - 2 \tan \varepsilon)}{\lambda \sin \varepsilon \cdot \tan \varepsilon}} \quad (1.98)$$

$$\xi_2 = \sqrt{\frac{b_2 \cdot l \cdot \alpha_o (1 - 2 \tan \varepsilon)}{\lambda \sin \varepsilon \cdot \tan \varepsilon}} \quad (1.99)$$



Obr. 17

Průběh funkce $f_l(\xi_1, \xi_2)$ je zakreslen na obr. 20.

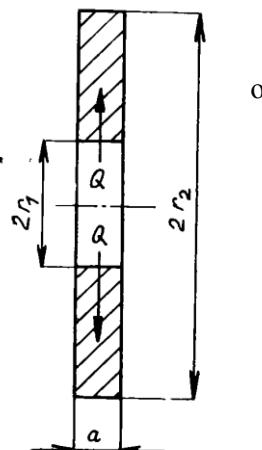
[1]

D. Mezikruhová deska (obr. 18)

Do mezikruhové desky vstupuje tepelný tok Q radiálně obvodem otvoru poloměru r_1 , a předává se do okolí oběma mezikruhovými plochami tak, že vnějším obvodem tloušťky a na poloměru r_2 již žádné teplo nevystupuje. Její tepelný odpor R_{TCH} je dán výrazem

$$R_{TCH} = \frac{1}{a \cdot \lambda} \cdot f_m(\xi_1, \xi_2) \quad (1.100)$$

přítom

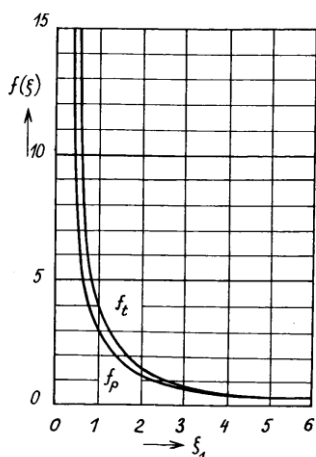


Obr. 18

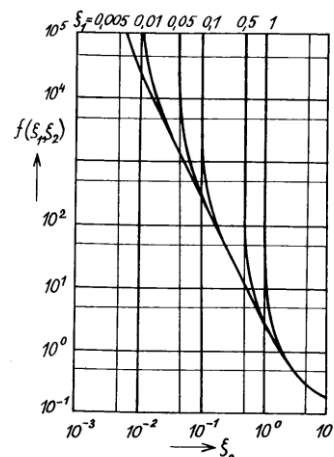
$$\xi_{1,2} = r_{1,2} \sqrt{\frac{\alpha_{o1} + \alpha_{o2}}{a\lambda}} \quad (1.101)$$

Průběh závislosti $f_m(\xi_1, \xi_2)$ je opět graficky zobrazen na obr. 21. Tento výpočet tepelného odporu má vzhledem ke zjednodušující podmínce nulového oteplení vnějšího obvodu proti okolí prakticky význam tehdy, když $4r_2 \ll (r_2^2 - r_1^2)$.

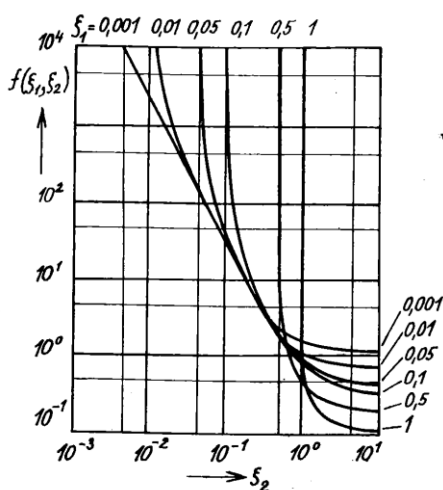
[1]



Obr. 19



Obr. 20



Obr. 21

Kontaktní styk

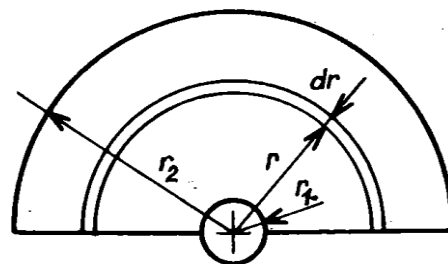
Příčiny zvýšení odporu proudovodné dráhy v místě dotyku kontaktů jsou proudové úžiny. Pro informativní matematické řešení takto změněného průřezu proudovodné dráhy idealizujeme místo styku nekonečně vodivou koulí o průměru velmi blízkém průměru na kruh převedené celkové stykové plošky²⁾. Proudovou úžinu pak popisuje pole mezi dvěma soustředěnými polokoulemi.

[1]

²⁾ O. Havelka, Elektrické přístroje 1, odst. 5.2.1.

Pro sestavení rovnice tepelné rovnováhy takového útvaru budeme uvažovat element na poloměru r o ploše $2\pi r^2$ a tloušťce dr (obr. 22).

Do elementu objemu $dV = 2\pi r^2 \cdot dr$ z materiálu o měrné tepelné vodivosti λ vniká tok Q_r ($x \rightarrow r$)



Obr. 22

[1]

$$Q_r = -\lambda S \frac{d\Theta}{dx} = -2\pi\lambda r^2 \frac{d\Theta}{dr} \quad (1.102)$$

V elementu vzniká teplo Q_e

$$Q_e = q \cdot dV = q \cdot 2\pi r^2 \cdot dr = \frac{\rho I^2}{2\pi r^2} dr$$

protože

$$q = \rho \sigma^2 = \rho \cdot \left(\frac{I}{2\pi r^2} \right)^2$$

Z elementu vytéká tok

$$Q_{(r+dr)} = -2\pi\lambda \cdot (r+dr)^2 \frac{d}{dr} \cdot (\Theta + d\Theta)$$

Rovnice rovnováhy je

$$-2\pi\lambda r^2 \frac{d\Theta}{dr} + \frac{\rho I^2}{2\pi r^2} dr = -2\pi\lambda \cdot (r+dr)^2 \left(\frac{d\Theta}{dr} + \frac{d^2\Theta}{dr^2} \right)$$

Po rozepsání a úpravě

$$-\frac{\rho I^2}{4\pi^2 \lambda r^2} = (2r+dr) \cdot \frac{d\Theta}{dr} + (r^2 + 2r \cdot dr + dr^2) \cdot \frac{d^2\Theta}{dr^2}$$

Protože $dr \ll 2r$, respektive $(2r+dr)(dr \ll r^2)$, můžeme zanedbat nekonečně malé přírůstky poloměru vůči jeho násobku nebo čtverci. Tím značně zjednodušíme základní rovnici, aniž ohrozíme přesnost výsledných vztahů.

[1]

Tedy

$$-\frac{\rho I^2}{4\pi^2 \lambda r^2} = 2r \frac{d\Theta}{dr} + r^2 \frac{d^2\Theta}{dr^2}$$

Proto je

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\Theta}{dr} \right) = 2r \frac{d\Theta}{dr} + r^2 \frac{d^2\Theta}{dr^2}$$

Můžeme diferenciální rovnici tepelné rovnováhy (1.98) přepsat následovně

$$-\frac{\rho I^2}{4\pi^2 \lambda r^2} = \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\Theta}{dr} \right)$$

Rovnici vynásobíme dr a provedeme první integraci

$$\frac{\rho I^2}{4\pi^2 \lambda r} = r^2 \frac{d\Theta}{dr} + A$$

Provedeme znovu separaci proměnných vynásobením rovnice výrazem $\frac{dr}{r^2}$

$$\frac{\rho I^2 \cdot dr}{4\pi^2 \lambda r^2} = d\Theta + A \frac{dr}{r^2}$$

Druhou integraci a úpravou dostáváme základní rovnici průběhu oteplení v proudokoulové proudové úžině

$$\Theta = -\frac{\rho I^2}{8\pi^2 \lambda r^2} + \frac{A}{r} - B \quad (1.103)$$

Integrační konstanty A a B vyřešíme dosazením okrajových podmínek: $r = r_1$, $\Theta = \Theta_1$; $r = r_2$, $\Theta = \Theta_2$

$$\Theta_1 = -\frac{\rho I^2}{8\pi^2 \lambda r_1^2} + \frac{A}{r_1} - B$$

$$\Theta_2 = -\frac{\rho I^2}{8\pi^2 \lambda r_2^2} + \frac{A}{r_2} - B$$

První rovnici odečteme od druhé

$$\Theta_2 - \Theta_1 = \frac{\rho I^2}{8\pi^2 \lambda} \cdot \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right) + A \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}$$

Odtud

$$A = \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} (\Theta_1 - \Theta_2) + \frac{\rho I^2}{8\pi^2 \lambda} \cdot \frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2}$$

Dosazením do některé z rovnic pro okrajové podmínky obdržíme druhou integrační konstantu

$$B = \frac{\Theta_1 r_1 - \Theta_2 r_2}{r_2 - r_1} + \frac{\rho I^2}{8\pi^2 \lambda} \cdot \frac{1}{r_1 r_2}$$

Rozepsáním obou integračních konstant ve výchozí rovnici (1.103) bychom obdrželi vzorec pro průběh oteplení podél paprsku úžiny. Z hlediska sestavení náhradního tepelného schématu kontaktního styku má však význam vztah pro velikost tepelného toku. Ten obdržíme dosazením základní rovnice pro oteplení (1.103) do výrazu (1.102)

[1]

$$Q_r = -2\pi\lambda r^2 \frac{d\Theta}{dr} = -2\pi\lambda r^2 \frac{d}{dr} \cdot \left(-\frac{\rho I^2}{8\pi^2 \lambda r^2} + \frac{A}{r} - B \right) = 2\pi\lambda A - \frac{\rho I^2}{2\pi r} =$$

$$\frac{2\pi\lambda r_1 r_2}{r_2 - r_1} (\Theta_1 - \Theta_2) - \frac{\rho I^2}{2\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{r_1 + r_2}{2r_1 r_2} \right)$$

Tepelný tok Q_1 vnitřní půlkulovou plochou o poloměru r_1 je

$$Q_1 = \frac{2\pi\lambda r_1 r_2}{r_2 - r_1} (\Theta_1 - \Theta_2) - \frac{\rho I^2}{4\pi} \cdot \left(\frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2} \right) \quad (1.104)$$

Jsou-li celkové ztráty v půlkulové úžině Q_{u1} dány vztahem

$$Q_{u1} = \int_{r_1}^{r_2} q \cdot dV = \frac{\rho I^2}{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{\rho I^2}{2\pi} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

můžeme vzorec (1.104) pro tepelný tok Q_1 přepsat do tvaru

$$Q_1 = \frac{\Theta_1 - \Theta_2}{R_{T1}} - \frac{Q_{u1}}{2} \quad (1.105)$$

kde

$$R_{T1} = \frac{r_2 - r_1}{2\pi\lambda r_1 r_2} \quad (1.106)$$

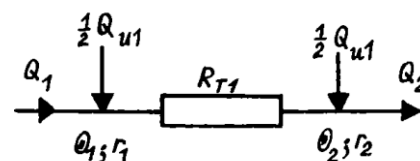
[1]

Podobně obdržíme pro tok Q_2 vnější plochou o poloměru r_2

$$Q_2 = \frac{2\pi\lambda r_1 r_2}{r_2 - r_1} (\Theta_1 - \Theta_2) + \frac{\rho I^2}{4\pi} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} = \frac{\Theta_1 - \Theta_2}{R_{T1}} + \frac{Q_{u1}}{2} \quad (1.107)$$

[1]

Takto definované toky vyhovují uzlové rovnici $\sum Q = 0$ ve schématu podle obr. 23, který je tedy náhradním tepelným schématem pro těleso omezené dvěma soustřednými polokulovými plochami. Současně je výchozím podkladem pro sestavení náhradního tepelného schématu kontaktního styku.



Obr. 23

[1]

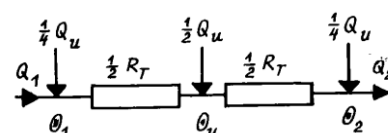
Kontaktní styk tvoří dvě úžiny. Použijeme-li kulové idealizované úžiny a zavedeme-li místo veličin jedné polokoule hodnoty pro obě části úžiny, tj.

$$Q_u = 2Q_{u1} = \frac{\rho I^2}{\pi} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

$$R_T = 2R_{T1} = \frac{r_2 - r_1}{\pi \lambda r_1 r_2}$$

pak náhradní schéma přejde do tvaru, zakresleného na obr. 24.

Toto schéma zůstává v platnosti, i když místo odporu R_T zavedeme vzorec



Obr. 24

$$R_{TS} = \frac{ck}{\rho \lambda F^n} \quad (1.108)$$

vycházejícího z výrazu

$$R_S = k \cdot F^n \quad (1.109)$$

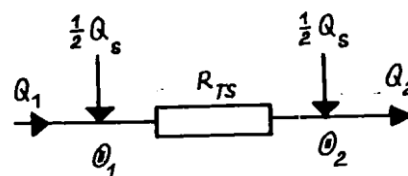
pro elektrický odpor styku a celkové ztráty ve styku Q_S budeme počítat ze vztahu

$$Q_S = R_S I^2 = k I^2 F^{-n} \quad (1.110)$$

[1]

Protože oteplení Q_u uprostřed úžiny nemá praktického významu a oteplení kontaktních dílců v místě styku dostatečně charakterizují hodnoty na mezních hladinách úžiny, v praxi užíváme zjednodušeného schématu podle obr. 25, které šetří jeden uzel sítě a celkový charakter tepelné sítě nemění.

Toto schéma odpovídá skutečnosti, že z povrchu úžiny se do okolního prostředí téměř žádné teplo nepředává. Pokud přesto z povrchu jedné půlúžiny vystupuje určité teplo, prochází jeho převážná část izolační mezerou mezi oběma kontaktními dílci a vstupuje do povrchu druhé půlúžiny. Tím se zdokonaluje přenos tepla ve styku a zmenšuje se velikost tepelného odporu R_{TS} , což je ve vzorci (1.108) zachyceno koeficientem c .



Obr. 25

[1]

Sestavení jednořadé tepelné sítě

Metodou jednořadé tepelné sítě počítáme oteplení v ustáleném stavu přístrojů s jednou průběžnou proudovodnou dráhou. Jsou to jednopólové spínací přístroje, nebo vícepólové přístroje, jejichž jednotlivé póly obklopuje silná vrstva vzduchu, nebo jiné tepelně izolační prostředí, že mezi nimi nedochází ke vzájemnému sdílení tepla. Jedná se o převážnou část vypínačů vn nebo vvn. Tuto metodu můžeme aplikovat i na vícepólové přístroje. Proudovodnou dráhu rozdělíme na jednotlivé

[1]

úseky, které do sítě zakomponujeme náhradními schémata. Jednotlivá schémata spojujeme do sítě a řešíme způsobem podobným řešení elektrické sítě. Výsledkem je oteplení uzlů sítě v místě spojení jednotlivých náhradních schémat, která představují jednotlivé úseky proudovodné dráhy.

[1]

Tepelnou síť může tvořit osm základních prvků:

1. tyče beze ztrát ($q = 0$) konstantního průřezu ($S = konst$)
holé – charakterizované měrnou chladivostí povrchu α_o
izolované – pro ně zjišťujeme náhradní chladivost α_{on} podle vzorce

$$\alpha_{on} = \frac{1}{P_g \left(\sum_{i=1}^{i=n} R_{Ti} + \frac{1}{\alpha_o P_n} \right)} \quad (1.111)$$

Zavádíme je do tepelné sítě schématem podle obr. 4.

[1]

2. tyče beze ztrát ($q = 0$) mírně proměnného průřezu ($S = f_{(x)}$)
holé (α_o) nebo izolované (α_{on}), členíme na dva a více úseků s konstantním průřezem. Do tepelné sítě zavádíme odpovídajícím počtem π – článků podle obr. 11.

[1]

3. tyče beze ztrát ($q = 0$), z jejich povrchu se veškeré vstupující teplo Q_1 předává do atmosféry. Jsou to chladicí žebra nebo tyče, většinou holé (α_o), málokdy izolované (α_{on}). K tepelné síti se připojí příčným odporem R_{TCH} podle obr. 7. Jeho velikost pro tyč s konstantním průřezem ($S = konst$) počítáme podle vzorce (1.83) nebo (1.85). Odpor tyče proměnného průřezu ($S = f_{(x)}$) počítáme podle jejich tvaru ze vzorců (1.92) – (1.101)³⁾.

[1]

4. tyče se ztrátami $q > 0$ konstantního průřezu ($S = konst$) mohou být holé (α_o) nebo izolované (α_{on}). Jejich náhradním schématem je π – článek podle schématu na obr. 11.

[1]

5. tyče se ztrátami $q > 0$ mírně proměnného průřezu ($S = f_{(x)}$), holé (α_o) nebo izolované (α_{on}), dělíme na úseky konstantního průřezu jako tyče beze ztrát (ad 2). V tepelné síti je zobrazuje příslušný počet π – článků za sebou podle obr. 11.

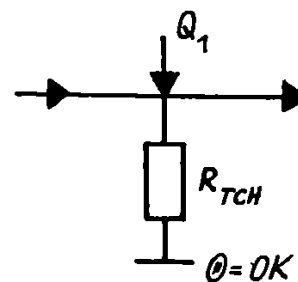
[1]

³⁾ L.Damec - Tepelné poměry generátorového vypínače v ustáleném stavu, kapitola 1.3.3.

6. Kovové těleso neurčitého tvaru, jehož tři základní velikosti jsou stejně velké, nebo jeho rozměr ve směru tepelného proudu je menší než ostatní dva rozměry, nelze charakterizovat žádným ze schémat. U takového tělesa zpravidla neuvažujeme jeho tepelný odpor ($R_{TCH} \approx 0$), který je vzhledem k velké měrné vodivosti kovů λ a rozměrům tělesa zanedbatelně malý.

Těleso se ztrátami ($q > 0$), z jehož povrchu P se odvádí teplo do atmosféry buď přímo (α_o) nebo

přes izolační vrstvy (α_{on}), promítneme do tepelné sítě v příslušném uzlu podle obr. 20 vtokem Q_1 a příčným odporem R_{TCH} . Soustředění jeho tepelných ztrát $Q_1 = RI^2$ do jednoho uzlu je provedeno stejným postupem užívaným při sestavování tepelných sítí elektrických stroj. Velikost příčného chladicího odporu R_{TCH} určuje jen odpor přestupu tepla z jeho povrchu do okolí



Obr. 26

$$R_{TCH} = \frac{1}{\alpha_o P} \quad \text{respektive} \quad R_{TCH} = \frac{1}{\alpha_{on} P} \quad (1.112)$$

[1]

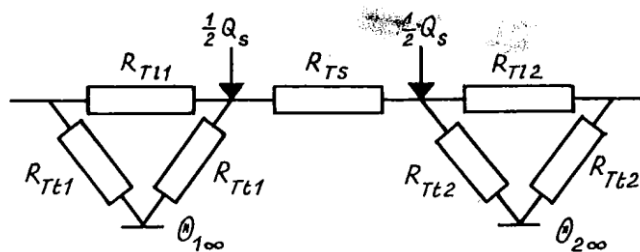
Přitom mohou nastat dva stavy:

- těleso se ztrátami je instalováno uvnitř konstrukce tak, že vzhledem k sousedním dílcům proudovodné dráhy nepřichází do úvahy odvod tepla z jeho povrchu. Odpor R_{TCH} ve schématu na obr. 26 zmizí a v uzlu zůstane pouze vtok $Q_1 = RI^2$.
- těleso je bez vlastních ztrát ($q = Q = 0$), navazuje příčně na příčné na hlavní proudovodnou dráhu a veškeré vstupující teplo Q_1 předává svým povrchem do okolí (ad. 3). Tepelný odpor R_{TCH} počítáme podle vzorce (1.112). Ve schématu podle obr. 26 zmizí vtok Q_1 a zůstane pouze příčný odpor.

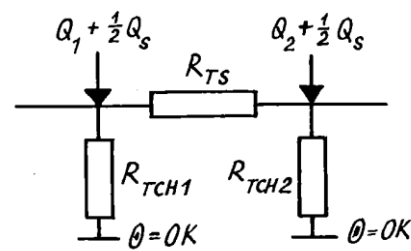
[1]

7. Kontaktní styk, obr. 25, je obdobou případu ad.6a. Kontaktní proudová úžina, v níž vzniká velké množství tepla, nemá žádný chladicí povrch. Na rozdíl od případu ad.6a je však její tepelný odpor R_{TS} , výpočet provádíme podle vzorce (1.68), nezanedbatelný. Proudová úžina přitom navazuje z obou stran na vlastní kontaktní tělesa 1 a 2. Jsou-li tělesa konstantního průřezu, má tepelné schéma uspořádání podle obr. 26. Jestliže jsou kontakty nepravidelná tělesa s velkým průřezem ve směru toku proudu, zanedbáme jejich tepelný odpor R_{T1} a R_{T2} a tepelné schéma bude mít tvar podle obr. 28.

[1]

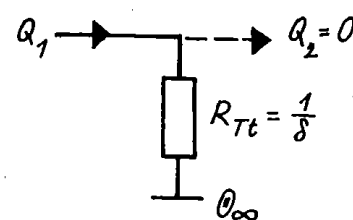


Obr. 27



Obr. 28

8. Tepelná síť spínacích přístrojů končí oboustranně přívody. I když přívody nejsou součástí přístroje, musíme jejich tepelný vliv respektovat jak při výpočtu oteplení, tak při oteplovacích zkouškách. Dovolené oteplení přívodů je nižší než oteplení proudovodné dráhy, a proto se výrazně podílí na jejím ochlazování. Přívody považujeme za tepelně dlouhou tyč, jejich náhradní schéma redukuje na příčnou větev podle obr. 29. Oteplení příčného odporu Q_∞ počítáme podle vzorce (1.90). Protože v tomto případě se jedná o tyč, jejíž všechny vlastní ztráty se předávají povrchem do atmosféry, udává oteplení Q_∞ v tomto jediném bodě síť reálnou hodnotu oteplení a to oteplení přívodu v dostatečné vzdálenosti od připojovací svorky přístroje. Pokud nevyloučíme možnost, že na přívodní vedení k přístroji budou v krátkém odstupu od jeho svorek připojeny další přístroje, je vhodné dosadit za oteplení Q_∞ ve schématu podle obr. 29 hodnotu maximálního dovoleného oteplení přívodů.



Obr. 29

[1]

Oteplení proudovodných drah vícepólového přístroje v kompaktním provedení lze přesně řešit jen pomocí tepelné sítě mřížového charakteru. Pro možnost aplikace metody jednořadé sítě na tyto přístroje musíme zavést zjednodušující předpoklady. Tím ovšem vneseme do výpočtu určitou chybu. Aby tato chyba nesnižovala kvalitu výpočtu, musíme poměry idealizovat tak, aby chyba byla co nejmenší a v každém případě kladná. Vypočtené hodnoty oteplení pak budou větší než ve skutečnosti a navržená konstrukce přístroje nebude ohrožena.

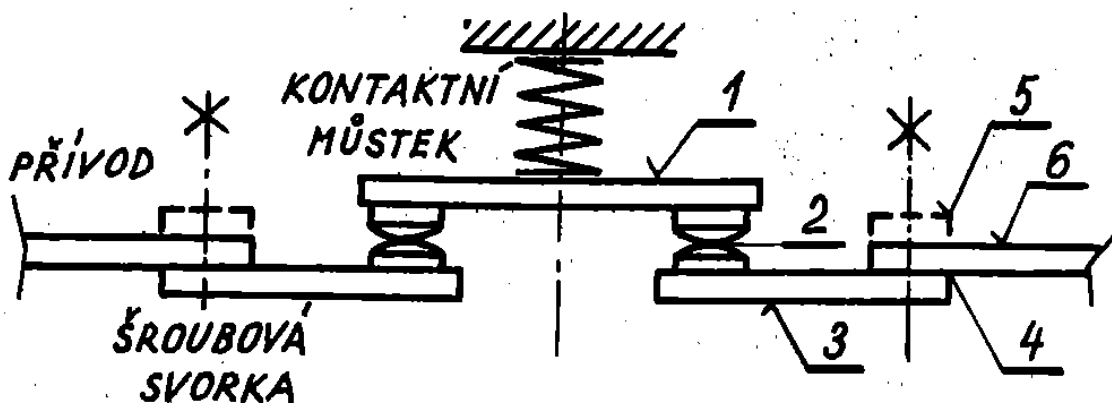
[1]

Zjednodušující předpoklady pro výpočet jsou následující:

- Výpočet provádíme jen pro vnitřní pól, jehož chladicí podmínky jsou nejhorší
- Oteplení týchž úseků proudovodné dráhy sousedních fází je stejné. Mezi póly nevznikají tepelné toky; plochy dělicí jednotlivé póly nepovažujeme za chladicí plochy
- Každému úseku proudovodné dráhy přidělíme samostatný úsek chladicího povrchu a samostatný prostor pro tepelný tok mezi proudovodičem a jemu přiděleným dílem chladicího povrchu
- Tepelné toky vystupující z rozdílných úseků proudovodné dráhy se navzájem nekříží

[1]

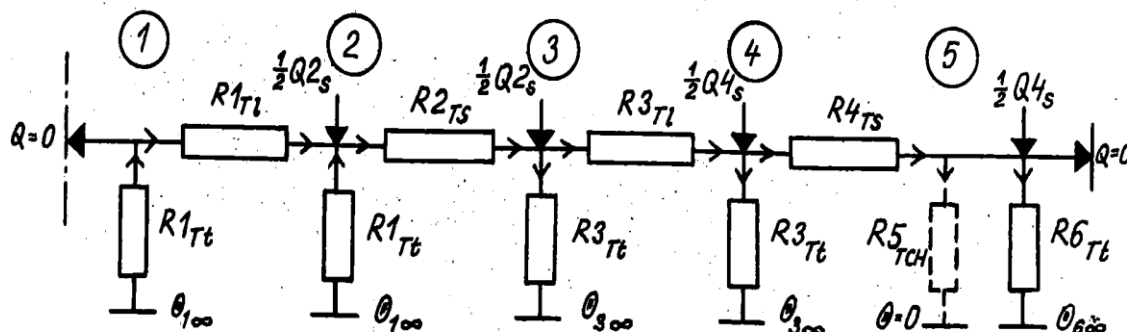
Způsob sestavování tepelné sítě je naznačen na příkladu proudovodné dráhy dle obr. 30



Obr. 30

Jedná se o proudovodnou dráhu spínače s můstkovým kontaktním systémem. Tato proudovodná dráha je symetrická z hlediska provedení i ochlazovacích podmínek podle roviny proložené středem kontaktního můstku a kolmé ke směru dráhy. Protože oteplení míst symetricky položených vzhledem k této rovině je stejné, neteče můstkem v místě dělicí roviny žádný proud. V tomto místě je nutně oteplení proudovodné dráhy nejvyšší. Tepelný tok proudí z místa nejvyššího oteplení k přívodům, jejichž dovolené oteplení je nižší než kteréhokoliv úseku proudovodné dráhy spínače. Vzhledem k symetrii proudovodné dráhy a z ní plynoucích důsledků stačí pro výpočet oteplení uvažovat jen jednu polovinu sítě, jak je zakresleno na obr. 31.

[1]



Obr. 31

Polovinu proudovodné dráhy tvoří úseky:

- Polovina kontaktního můstku 1
- Pracovní styk 2
- Část proudovodné dráhy v přístroji 3
- Styk šroubové připojovací svorky 4
- Případný zvětšený povrch svorky 5
- Přívodní vodič 6

Průřez vodičů je konstantní, úseky 1 a 3 představují π – články se ztrátami. Pracovní styk 2 a šroubový spoj 4 vnášíme do podélné dráhy sítě tepelným odporem styku spolu s oboustranným vtokem polovin stykových ztrát. Přívod 6 zaznamenává příčný odpor – torzo π – článku se ztrátami pro tepelně dlouhou tyč. Pokud má svorka 4 zvětšený chladicí povrch, vkládáme jeho vliv do schématu příčným odporem $R5_{TCH}$. Spojením dílčích náhradních schémat dostáváme tepelnou síť jedné poloviny tepelně symetrické proudovodné dráhy podle obr. 31 s pěti uzly.

[1]

Řešení jednořadé tepelné sítě

Tepelná síť je obdobou elektrické sítě. Základem matematického zápisu tepelné sítě je uzlová

rovnice⁴): $\sum_{i=1}^{i=n} Q_i = 0$. Neznámou a hledanou veličinou je oteplení uzlu. Pro n uzlů máme n

uzlových rovnic, tedy soustavu rovnic. V síti vyznačíme smysly tepelných toků a zapíšeme uzlové rovnice. Omyl v odhadu smyslu toku neovlivní výpočet, jeho velikost bude vyznačena záporným znaménkem, které nám řekne, že skutečný smysl toku je opačný než původně vyznačený.

[1]

Soustava pěti uzlových rovnic pro síť z obr. 31 :

$$\text{Uzel 1: } \frac{\Theta_{1\infty} - \Theta_1}{R1_{Tt}} - \frac{\Theta_1 - \Theta_2}{R1_{Tl}} = 0$$

$$\text{Uzel 2: } \frac{Q2_s}{2} + \frac{\Theta_1 - \Theta_2}{R1_{Tl}} + \frac{\Theta_{1\infty} - \Theta_2}{R1_{Tt}} - \frac{\Theta_2 - \Theta_1}{R2_{TS}} = 0$$

$$\text{Uzel 3: } \frac{Q2_s}{2} + \frac{\Theta_2 - \Theta_3}{R2_{TS}} - \frac{\Theta_3 - \Theta_4}{R3_{Tl}} - \frac{\Theta_3 - \Theta_{3\infty}}{R3_{Tt}} = 0$$

$$\text{Uzel 4: } \frac{Q4_s}{2} + \frac{\Theta_3 - \Theta_4}{R3_{Tl}} - \frac{\Theta_4 - \Theta_5}{R4_{TS}} - \frac{\Theta_3 - \Theta_{3\infty}}{R3_{Tt}} = 0$$

$$\text{Uzel 5: } \frac{Q4_s}{2} + \frac{\Theta_4 - \Theta_5}{R4_{TS}} - \frac{\Theta_5 - \Theta_{6\infty}}{R6_{Tt}} - \frac{\Theta_5}{R5_{TCH}} = 0$$

Základní možností řešení soustavy nehomogenních lineárních rovnic je klasické, kdy celou soustavu rovnic přepíšeme do tvaru

$$\begin{aligned} A_{11}\Theta_1 + A_{12}\Theta_2 + \dots + A_{1n}\Theta_n &= B_1 \\ A_{21}\Theta_1 + A_{22}\Theta_2 + \dots + A_{2n}\Theta_n &= B_2 \\ A_{n1}\Theta_1 + A_{n2}\Theta_2 + \dots + A_{nn}\Theta_n &= B_n \end{aligned} \quad (1.113)$$

Koeficienty rovnic sestavíme do matic a kořeny soustavy Θ_1 až Θ_n vyčíslíme jako podíly determinantů příslušných matic.

[1]

⁴) obdoba 1. Kirchhoffova zákona

Jinou možností je řešení pomocí iterací. Soustavu rovnic zapíšeme tímto způsobem:

$$\begin{aligned}\Theta_1 &= C_{11}\Theta_1 + C_{12}\Theta_2 + \dots + C_{1n}\Theta_n + D_1 \\ \Theta_2 &= C_{21}\Theta_1 + C_{22}\Theta_2 + \dots + C_{2n}\Theta_n + D_2 \\ \Theta_n &= C_{n1}\Theta_1 + C_{n2}\Theta_2 + \dots + C_{nn}\Theta_n + D_n\end{aligned}\quad (1.114)$$

Soustava je řešitelná pokud je splněna podmínka $\sum_{i=1}^{i=n} C_{ri} < 1$ pro každé $r \in \langle 1, n \rangle$. Při výpočtu

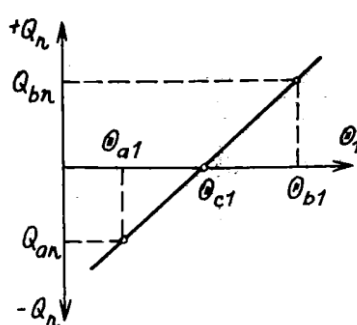
postupujeme tak, že zvolíme libovolné velikosti neznámých, dosadíme do pravých stran rovnic a vypočteme novou řadu velikostí pro neznámé. Tyto znovu dosadíme do pravých stran a vypočteme druhou aproximaci kořenů. Opakováním tohoto postupu se stále zužuje interval velikostí jednotlivých neznámých. S rostoucí přesností roste počet iteračních kroků.

[1]

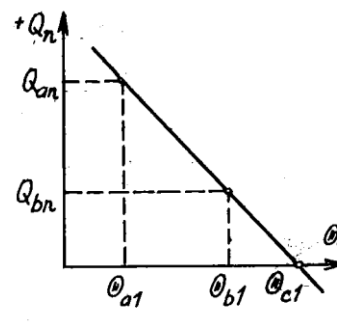
Oba nastíněné postupy jsou pracné a zdlouhavé. Jednořadová tepelná síť připouští ještě jiný způsob řešení. Můžeme ho nazvat metodou třetí hodnoty. Je to postup jednoduchý. Vychází ze skutečnosti, že všechny parametry R_T , Q a Θ_∞ jsou konstantní a matematické operace se omezují na násobení a slučování, takže změna vstupního oteplení vede jen k lineární změně toků a oteplení v kterémkoliv místě sítě. Při výpočtu postupujeme tak, že zvolíme oteplení H_{1a} na jednom konci sítě, propočítáme celou síť k vtoku respektive výtoku tepla do podélné větve přívodu druhého konce sítě⁵⁾. Postupujeme tak, že podle základního zákona (1.54) vypočteme tok příčnou větví tepelně dlouhého přívodu $Q_{t1} = (\Theta_{1a} - \Theta_{1\infty}) \cdot R_{T1}$ a pomocí uzlové rovnice $\sum Q = 0$ proud podélnou větví od sousedního uzlu. Jeho oteplení se bude lišit od odhadnutého oteplení vstupního uzlu o $\Delta\Theta = Q_{t1} \cdot R_{T1}$. Zjistíme-li tak oteplení druhého uzlu sítě, pokračujeme stejným způsobem k uzlu třetímu a pak postupně přes další uzly až k druhému konci sítě. Pokud neodhadneme správnou velikost oteplení Θ_{1a} vstupního uzlu, bude mít tepelný tok podélnou větví přívodu opačného konce nikoliv nulovou, ale konečnou velikost $Q_{na} \neq 0$.

[1]

Naznačený postup stačí provést třikrát. Nejprve provedeme dva výpočty pro dvě zvolené rozdílné vstupní hodnoty Θ_{a1} a Θ_{b1} , které dají dvě velikosti výstupních toků Θ_{an} a Θ_{bn} . Správnou velikost vstupního oteplení Θ_{c1} , pro kterou je výstupní



Obr. 32



Obr. 33

tok $\Theta_{cn} = 0$, určíme z grafického záznamu zvolených a vypočtených hodnot. Jedná-li se o toky lišící se znaménkem, zjišťujeme velikost Θ_{c1} lineární interpolací, obr. 32. Jsou-li toky Θ_{a1} a Θ_{b1} stejného smyslu, provedeme lineární extrapolaci, obr. 33. Hledanou velikost Θ_{c1} můžeme určit i početně s větší přesností, než umožňuje grafický postup

⁵⁾ druhý konec sítě by měl být nulový

$$\Theta_{c1} = \Theta_{a1} - \frac{Q_{an}(\Theta_{b1} - \Theta_{a1})}{Q_{bn} - Q_{an}} \quad (1.115)$$

[1]

Ve srovnání s předchozími metodami je metoda třetí hodnoty nejrychlejší. Pro první výpočet náhradních schémat jednotlivých úseků proudovodné dráhy musíme vždy jejich oteplení odhadnout. První vyřešení oteplení uzlů sítě je jen přiblížení ke skutečnosti, tzv. první iterační krok. Podle výsledku výpočtu opravíme parametry schémat, kde se odhad a výpočet liší o více než $\pm 5\%$. Druhý výpočet sítě je už většinou v přípustné toleranci.

[1]

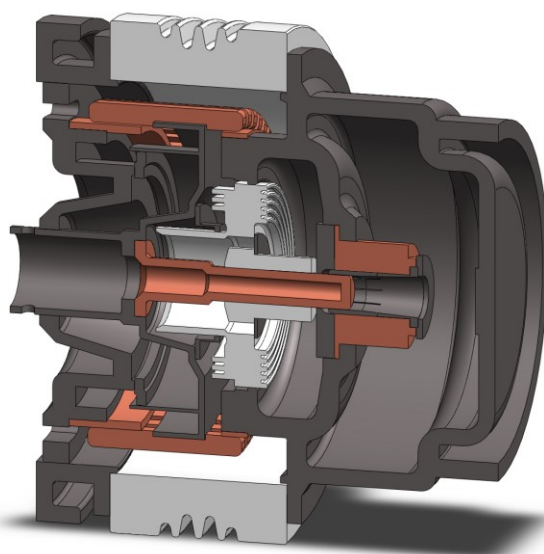
2. Realizace, na základě uspořádání generátorového vypínače v rozvodně, numerického modelu proudovodné dráhy

Při realizaci modelu jsem vycházel z uspořádání generátorového vypínače v rozvodně. Každý pól GV v rozvodně je sestavený samostatně, tzn. jako tři jednopólové GV. Pro řešení úlohy bude stačit vybrat jen jeden pól. To proto, že jsou ostatní póly od sebe dostatečně vzdáleny tak, že se vzájemně neovlivňují a nedochází mezi nimi k vzájemnému sdílení tepla.

Pro sestavení modelu jsem využil technickou dokumentaci jednoho pólu. Protože technická dokumentace neobsahuje rozměry jednotlivých dílů, musel jsem tyto díly GV přepočítat v přibližném měřítku. Dále z této dokumentace není možné určit materiál každého z dílů GV.

Při výpočtu oteplení GV vycházím z jeho parametrů a rozměrů. Klasický způsob výpočtu se zakládá na zákonech elektrotechniky, fyziky a analogie mezi tepelným a elektrickým polem. U takto komplikované úlohy, jakou je výpočet oteplení GV, je klasická metoda velmi náročná a výpočty mohou být nepřesné. Proto jsem zvolil metodu numerickou s využitím výpočetního programu ANSYS.

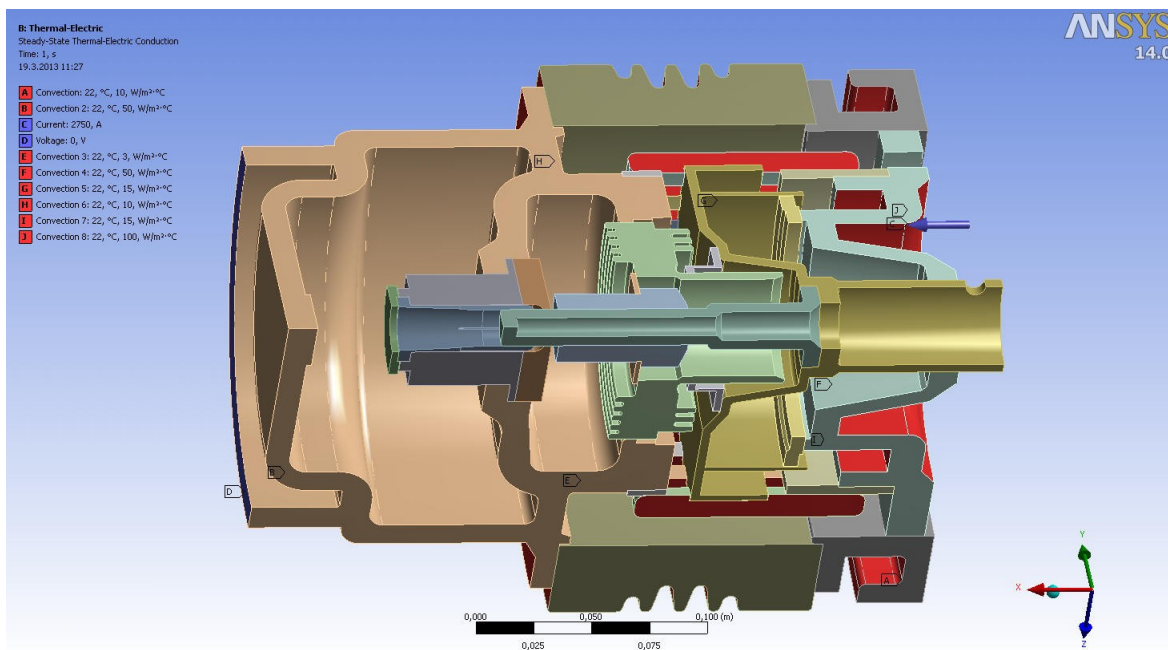
Model na obr. 34 jsem vytvořil v programu Solid Works. Je to strojírenský 3D CAD systém pro plošné i objemové modelování, který umožňuje práci s neomezeně rozsáhlými sestavami.



Obr.34 Řez modelem generátorového vypínače

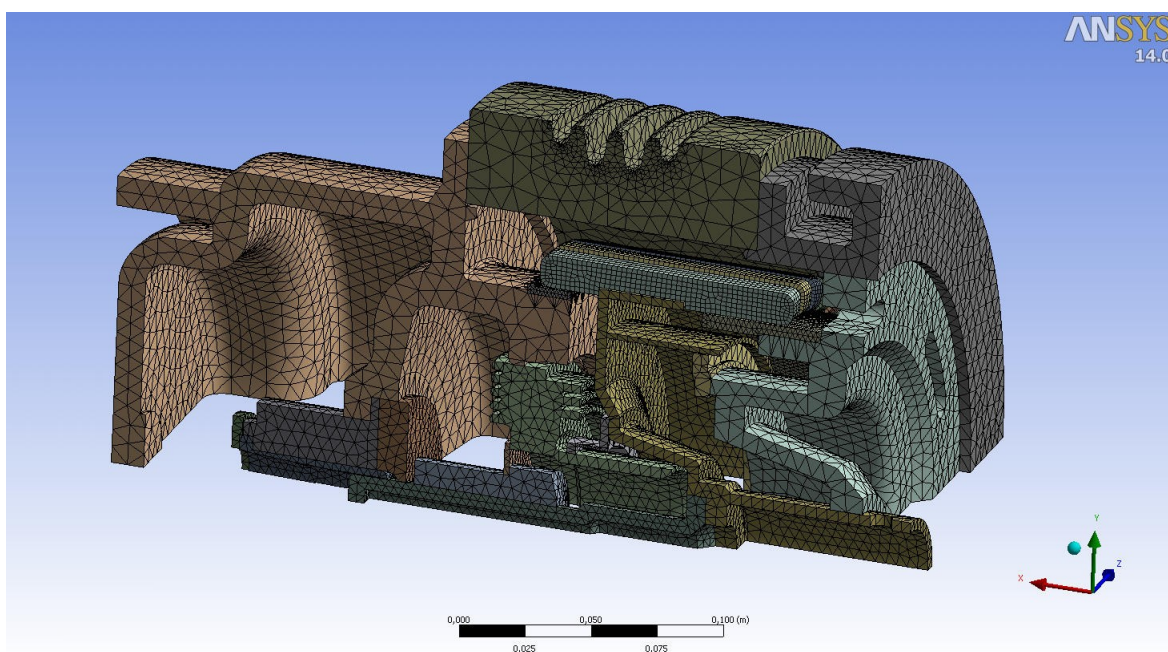
Program SolidWorks je plně kompatibilní s programem ANSYS, do kterého jsem model GV překopíroval. V tomto výpočetním prostředí bylo nutné zadat materiály jednotlivých dílů GV. V našem případě jsem uvažoval všechny díly z mědi a materiál izolantů jsem zvolil porcelán.

Dále bylo potřeba zadat u jednotlivých dílů součinitele přestupu tepla. Na obr.35 jsou znázorněny šipkou s písmenem a v tabulce je uvedena hodnota součinitele přestupu tepla. Modrou šipkou je znázorněný směr toku jmenovitého proudu a v tabulce je uvedena zadaná hodnota jmenovitého proudu.



Obr. 35 Součinitele přestupu tepla

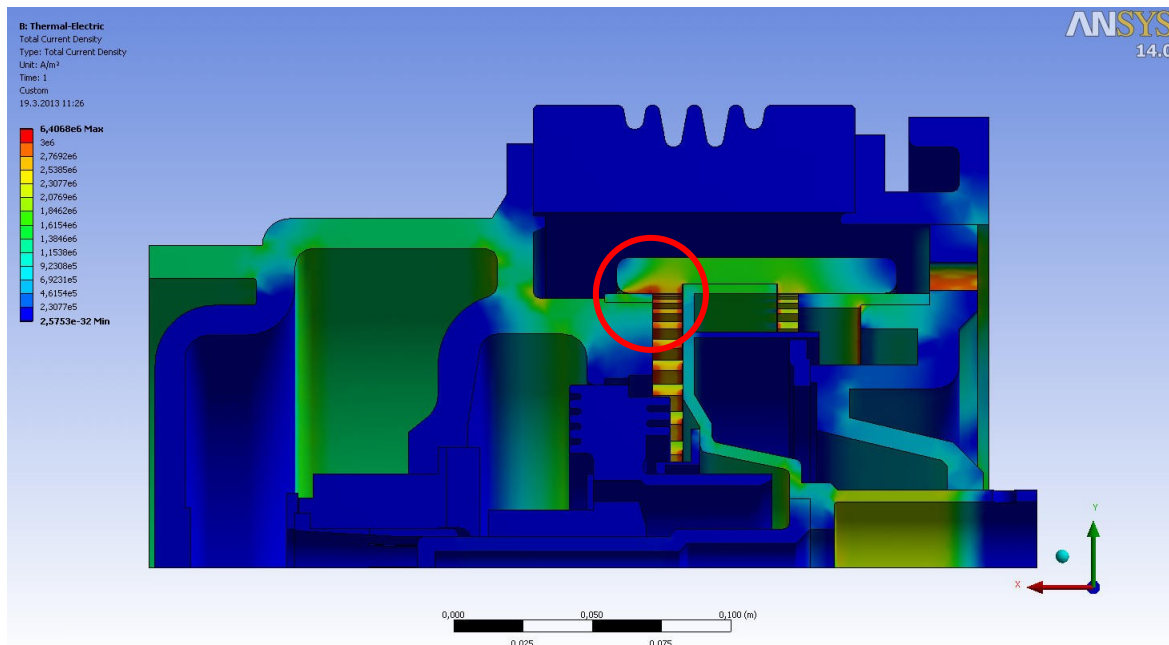
Pro výpočet elektrotepelného pole GV musím jednotlivé díly GV rozdělit do elementů sítě podle obr.36. Vytvořit ji můžu dvěma způsoby. V programu ANSYS změnit parametry a nebo síť vytvořit automaticky. Zvolil jsem automatické vytvoření sítě.



Obr.36 Elektrotepelná síť generátorového vypínače

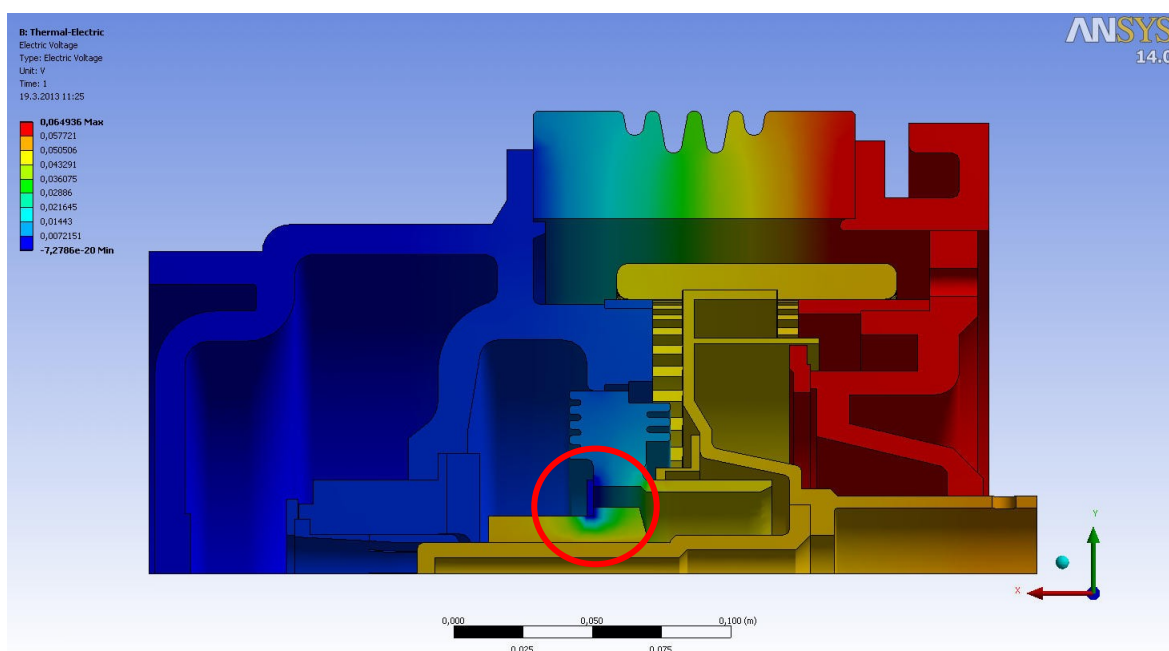
Po zadání jmenovitého proudu, součinitelů přestupu tepla a vytvoření elektrotepelné sítě generátorového vypínače, program ANSYS provede výpočet proudové hustoty, úbytků napětí a oteplení proudovodné dráhy.

Na obr.37 je zobrazení proudové hustoty proudovodné dráhy generátorového vypínače. U elektrických přístrojů se proudová hustota má pohybovat v rozmezí $2,5 - 3,5 \text{ A/m}^2$. Vidíme, že proudová hustota u modelu se pohybuje v rozmezí $2,5 - 6,4 \text{ A/m}^2$. Na obr.36 je v kolečku zobrazeno místo s největší proudovou hustotou na kontaktech GV. To může být způsobeno špatně definovaným kontaktním odporem, kdy elektrická vodivost zvoleného materiálu je horší než elektrická vodivost původního materiálu.



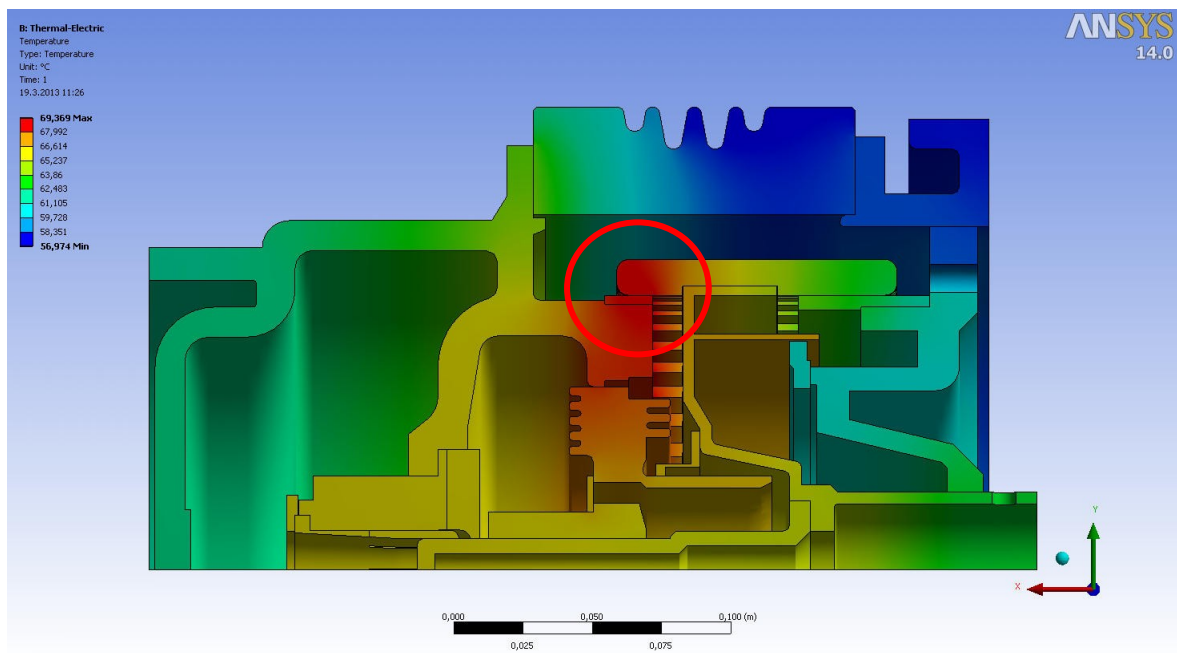
Obr. 37 Rozložení proudové hustoty generátorového vypínače

Na obr.38 jsou zobrazeny úbytky napětí na jednotlivých dílech GV. Úbytky napětí jsou způsobeny přechodovým odporem mezi kontakty GV. Barevné kontury v místech izolantů jsou dány zadáním nulové vodivosti materiálu izolantu. V tomto případě je izolant z porcelánu. Místo, označené v kolečku, je anomální v tom, že se zde stýkají materiály izolantu (porcelán) a měděného kroužku. Vyřešit toto místo by bylo složité a pro demonstraci mého úkolu je nepodstatné.



Obr. 38 Úbytky napětí proudovodné dráhy generátorového vypínače

Poslední úloha, kterou jsem v programu ANSYS řešil je rozložení teplot proudovodné dráhy GV v ustáleném stavu, obr.39. U elektrických přístrojů je maximální dovolená teplota 75°C . Vidíme, že maximální teplota na kontaktech modelu GV je asi 69°C . Zahřívání způsobeno průchodem proudu v kontaktním styku.



Obr. 39 Rozložení teploty v generátorovém vypínači v ustáleném stavu

3. Výpočet tepelných poměrů generátorového vypínače v ustáleném stavu

3.1. Principy chlazení

Každé těleso, ve kterém vzniká teplo a jeho teplota je větší než teplota okolí, předává svoje teplo do okolní atmosféry. Někdy můžeme tělesa chladit plynem nebo kapalinami. Toto chlazení používáme u těles s malým povrchem, kdy nestačí chlazení okolním vzduchem. Chladicí plyn nebo kapalinu přivádíme od tělesa do chladiče, u tělesa s velkým povrchem předáváme teplo do atmosféry.

Předávání tepla z tělesa do okolí probíhá zářením, vedením a prouděním. Většina kapalin záření nepropouští a předání tepla probíhá pouze vedením a prouděním. Vedením se ohřívá tenká vrstva chladicího média těsně u povrchu tělesa, kde mají stejnou teplotu. Kapalina nebo plyn ohříváním zvětšuje svůj objem a zároveň se zmenšuje jeho měrná hmotnost. Rozdíl tíhy studeného a teplého prostředí vytvoří vztlak, který působí na ohřáté médium ve směru proti zemské gravitaci. To se začne pohybovat směrem vzhůru a na uvolněné místo přiteče prostředí neohřáté. Tento děj se stále opakuje. Chladicí plyn nebo kapalina začíná proudit a k ochlazovanému tělesu přitéká další studené prostředí. Teplotní spád mezi tělesem a okolním prostředím je velký a jeho prouděním se zvětšuje rychlost odnímání tepla z tělesa.

Sálání, vedení a proudění, spolu s různými stavy a tvarem povrchu tělesa, má vliv na to, že přenášené teplo už není přímo úměrné rozdílu teplot. Vztahy jsou složitější a do závislostí se vnaší nelineární prvky. Pro výpočet měrné chladivosti povrchu α_0 si vystačíme s náhradními lineárními vztahy.

Newtonův zákon pro přestup tepla Q z povrchu tělesa do okolí

$$Q = \alpha_0 P \Theta \quad (3.1)$$

platí s tím, že měrná chladivost α_0 je teplotně závislým činitelem - $\alpha_0 = f(\Theta)$.

3.2. Sálání ve volném prostoru

Sálání – můžeme říct, že je to vyzařování elektromagnetického vlnění o vlnové délce o málo delší než je viditelné spektrum. Je to infračervené záření. Do prostoru se šíří přímočaře rychlostí světla.

Z rovinné stěny o ploše $P[m^2]$, která bude mít stejnou teplotu $T[K]$, se odvádí sáláním do prostoru o teplotě $0\ K$ tepelný tok $Q_z[W]$

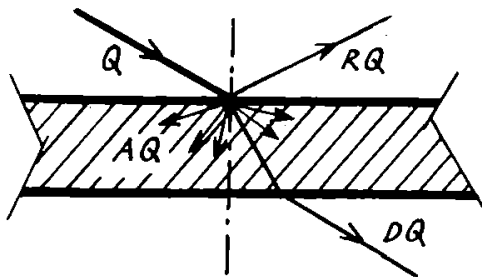
$$Q_z = 5,7 \cdot 10^{-8} E_z P T^4 \quad (3.2)$$

Je to Stefan-Boltzmanův zákon, kde konstanta $5,7 \cdot 10^{-8} W / m^2 K$ je činitel sálání absolutně černého tělesa, E_z je emisivita (absolutně černé těleso $E_z = 1$, pro ostatní povrchy $E_z < 1$).

[1]

Sáláním můžeme rovněž nazvat přeměnu části tepelné energie na záření. Přeměna tepla na záření se nazývá emise a přeměna záření v teplo se nazývá absorpce. Jestliže dopadá na těleso záření o energii Q , změní se na teplo jen jeho část. Označme tuto část AQ . Další část záření se odráží,

označme ji RQ , a další část záření projde tělesem beze změny. Označme ji DQ . Schématicky je tento jev naznačen na obr.40.



Obr. 40

$$AQ + RQ + DQ = Q$$

z toho vyplývá

$$A + R + D = 1 \quad (3.3)$$

A - poměrně tepelná pohltivost – absorpce

R - poměrně tepelná odrazivost – reflexe

D - poměrná průteplivost tělesa – diatermie

Jestliže $A = 1$, pak $R = D = 0$ - dopadající energie je tělesem pohlcována \Rightarrow těleso dokonale černé.

Jestliže $R = 1$, pak $A = D = 0$ - dopadající energie je tělesem odražená \Rightarrow těleso dokonale bílé.

Jestliže $D = 1$, pak $A = R = 0$ - dopadající energie prochází tělesem \Rightarrow těleso dokonale průteplivé, diatermií.

Z předchozího odstavce plyne, že těleso dobře pohlcující teplo špatně záření odráží a těleso dobře odrážející záření špatně teplo pohlcuje.

Podle Kirchhoffova zákona můžeme napsat, že pro energii Q_A platí stejný vztah jako pro energii Q_z

$$Q_A = 5,7 \cdot 10^{-8} A P T^4 = Q_z = 5,7 \cdot 10^{-8} E_z P T^4$$

Z toho vyplývá, že činitel A je číselně roven činiteli E_z

$$|A| = |E_z|$$

Nachází-li se těleso o povrchu P a teplotě T ve vzduchovém prostoru o teplotě $T_0 < T$, pak vyzařuje tepelný tok Q_z

$$Q_z = 5,7 \cdot 10^{-8} E_z P T^4$$

[1]

a současně přijímá z okolí tok Q_A

$$Q_A = 5,7 \cdot 10^{-8} A P T^4$$

Protože $A = E_z$, ztrácí těleso během jednotky času jen teplo

$$Q_{z11} = Q_z - Q_A = 5,7 \cdot 10^{-8} E_z P (T^4 - T_0^4) \quad (3.4)$$

[1]

Měrnou chladihost povrchu ochlazovaného sáláním do volného ovzduší α_z stanovíme srovnáním rovnice (3.4) s obecným Newtonovým vztahem (1.5)

$$Q_z = 5,7 \cdot 10^{-8} E_z P (T^4 - T_0^4) = \alpha_z P \Theta = \alpha_z P (T - T_0)$$

odtud

$$\alpha_z = 5,7 \cdot 10^{-8} E_z (T^2 + T_0^2) (T + T_0) \quad (3.5)$$

$$\alpha_z \approx E_z [4,6 + 0,06T_0 + (0,034 + 0,0002T_0)\Theta] \quad (3.6)$$

Platí pro $E_z = 1$, teplota okolí $T_0 = 0,20,40^\circ C$ a oteplení od $0K$ do $120K$.

[1]

3.3. Přenos tepla konvekci

Při přenosu tepla má významnou roli proudění tekutiny. Tekutinou rozumíme kapalinu i plyn a společného pojmu používáme proto, že podstata proudění a sdílení tepla je stejná. Intenzita sdílení tepla je v různých tekutinách různá a závisí na jejich fyzikálních vlastnostech.

Především ji ovlivňuje :

- měrná hmotnost (hustota) ρ $[Ns^2m^{-4} = kg \cdot m^{-3}]$
- měrné teplo (hmotnostní) c $[Ws \cdot kg^{-1}K^{-1} = m^2s^{-2}K^{-1}]$
- tepelná vodivost λ $[Wm^{-1}K^{-1} = Ns^{-1}K^{-1} = m \cdot kg \cdot s^{-3}K^{-1}]$
- dynamická viskozita η $[Pa \cdot s = Ns \cdot m^{-2} = kg \cdot m^{-1}s^{-1}]$
- kinematická viskozita $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ $[m^2s^{-1}]$

Tyto veličiny jsou závislé na teplotě, některé na tlaku a pro každou tekutinu mají různou velikost. V některých případech ji považujeme za konstanty. Obecně známe proudění laminární a turbulentní.

Laminární proudění – částice látky se pohybují rovnoběžně se stěnami usměřujícími proud tekutiny.

Turbulentní proudění – tekutina víří a proud částic je neuspořádaný.

Přechod od jednoho způsobu ke druhému nastává, jakmile je střední rychlost proudění v_s rovna nebo větší než jistá kritická rychlost. Kritická rychlost není veličina konstantní, ale nabývá různé velikosti pro různé tekutiny a rozdílné geometrické podmínky. Velikost kritické rychlosti v_k určuje bezrozměrný výraz nazývaný Reynoldsovým číslem

$$R_e = \frac{v_k h}{\nu} \quad (3.7)$$

[1]

3.4. Přirozená konvekce v omezeném prostoru

Úplně uzavřené prostory nebo velmi omezené prostory mají vliv na chlazení prouděním.

Jedná-li se o chlazení svislých stěn úzkého kanálu o šířce δ , který je na obou koncích volně otevřený, platí vztahy pro měrnou chladivost jen pokud je šířka kanálu bezpečně větší než obou hraničních vrstev, přiléhajícím k protilehlým stěnám. Je-li šířka kanálu menší, vrstvy se navzájem ovlivňují a účinnost chlazení klesá, zejména v horní části. Pro laminární až vířnaté proudění můžeme předpokládat, že odpor přestupu tepla R_T ze stěny P do tekutiny je určen odporem hraniční vrstvy tloušťky δ_h , plochy P s měrnou tepelnou vodivostí λ . Pak můžeme psát

[1]

$$R_T = \frac{1}{\alpha_k P} \approx \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\delta_h}{P}$$

Odtud střední tloušťka hraniční vrstvy

$$\delta_h \approx \frac{\lambda}{\alpha_k} \quad (3.8)$$

[1]

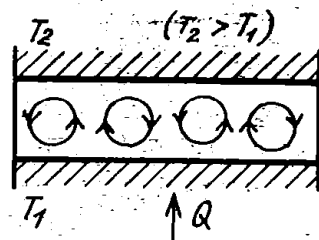
$\delta \leq 2\delta_h$ - kanál nechladí

$\delta \approx 3\delta_h$ - chladí jen jedna stěna kanálu

$\delta \geq 4\delta_h$ - chladí obě strany kanálu

Jsou-li prostory úplně uzavřené, teplo se mezi stěnami přenáší vedením. Po splnění určitých podmínek dojde v prostředí k cirkulaci a ke zlepšení přestupu tepla. U vodorovného kanálu s teplejší horní stěnou k cirkulaci nedojde. V případě obr.41 se objeví vzestupné i místně uzavřené proudění.

[1]

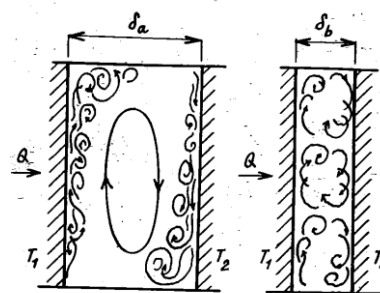


Obr. 41

Ve svislých kanálech, obr. 42, závisí cirkulace zase na jejich šířce δ .

$\delta_a \gg 2\delta_h$ - na teplejší stěně se vytváří vzestupný a na chladnější stěně sestupný proud

$\delta_a < \delta_b$ - oba proudy se ovlivňují, proudění se rozpadá na jednotlivé cirkulace



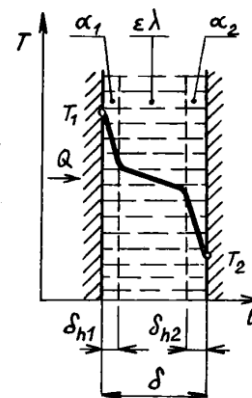
Obr. 42

Na obr.43 je zachycena grafická situace při přestupu tepla napříč takovými prostory.

Vzorec:

$$\Theta = T_1 - T_2 = QR_T = \frac{Q}{P} \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda \varepsilon} + \frac{1}{\alpha_2} \right) \quad (3.9)$$

Vysvětlení: α_1 činitel přestupu tepla v hraniční vrstvě δ_{h1} ze stěny P do tekutiny na vstupní straně,
 λ základní klidová tepelná vodivost tekutiny,
 ε činitel konvekčního zvětšení vodivosti λ ,
 α_2 činitel přestupu tepla z tekutiny do stěny ve vrstvě δ_{h2} na výstupní straně



Obr. 43

Za situace, kdy v uzavřeném prostoru současně probíhá oteplování a ochlazování tekutiny nemá ve smyslu vzorce (3.9) žádný význam. Proto pro výpočet prostupu tepla uzavřeným prostorem zavádíme ekvivalentní tepelnou vodivost λ_e , $\varepsilon_k > 1$

$$\lambda_e = \varepsilon_k \lambda \quad (3.10)$$

[1]

Konvekci a sálání nemůžeme oddělit, působí vždy společně. Sálání existuje odděleně pouze ve vakuu. Samotná konvekce zase přichází v úvahu u všech chladících kapalin, kde zaniká záření. Samostatné počítání tepla odvedeného sáláním a konvekci je nutná proto, že chladicí plocha nemusí být stejná. Pokud chceme při výpočtu sčítat obě složky přestupu tepla, pak jen za předpokladu, že chladicí plocha je stejná.

$$\alpha_0 = \alpha_k + k_z \alpha_z \quad (3.11)$$

[1]

Vztahujeme-li celkovou chladivost α_0 k povrchu chlazenému prouděním

$$Q = \alpha_0 P_k \Theta = (\alpha_k P_k + k_z \alpha_z P_z) \Theta$$

$$\alpha_0 = \alpha_k + k_z \frac{P_z}{P_k} \alpha_k = \alpha_k + N \alpha_z \quad (3.12)$$

[1]

Při tomto postupu předpokládáme, že teplota okolí a chlazených stěn je pro proudění i sálání stejná. Je to další zjednodušení, protože teplota u tělesa s prouděním je jiná než teplota u tělesa se sáláním.

Mocninová závislost měrné chladivosti na oteplení povrchu nedovoluje řešení tepelných výpočtů. Tuto závislost upravujeme linearizací do náhradního tvaru

$$\alpha_0 = A + B \Theta_v \quad (3.13)$$

[1]

Několik linearizovaných vztahů pro α_z při různé emisivitě sálající plochy a různé teplotě okolí, plynoucích ze vzorce (3.6) je uvedeno v tabulce č.1. V této tabulce jsou rovněž uvedeny vztahy pro měrnou chladivost konvekci α_k .

Tabulka č.1

Měrná chladivost zářením	Podmínky	Měrná chladivost konvekcí	Podmínky
$6,3 + 0,038 \Theta_p$	$E_z = 0,9; T_0 = 40^\circ\text{C}$	$3,0 + 0,030 \Theta_p$	Svislá stěna, $h = 0,3$ m Vodorovný válec, $d = 0,3$ m Vodorovná plocha chlazená nahoru, šířka $h = 0,3$ m
$6,0 + 0,037 \Theta_p$	$E_z = 0,9; T_0 = 35^\circ\text{C}$		
$5,6 + 0,034 \Theta_p$	$E_z = 0,8; T_0 = 40^\circ\text{C}$	$3,3 + 0,035 \Theta_p$	Dtto; $h = d = 0,2$ m
$5,4 + 0,033 \Theta_p$	$E_z = 0,8; T_0 = 35^\circ\text{C}$	$3,7 + 0,046 \Theta_p$	Dtto; $h = d = 0,1$ m
$2,8 + 0,017 \Theta_p$	$E_z = 0,4; T_0 = 40^\circ\text{C}$	$4,3 + 0,055 \Theta_p$	Dtto; $h = d = 0,05$ m
$2,7 + 0,016 \Theta_p$	$E_z = 0,4; T_0 = 35^\circ\text{C}$	$6,0 + 0,090 \Theta_p$	Dtto; $h = d = 0,01$ m
$1,1 + 0,006 \Theta_p$	$E_z = 0,15; T_0 = 40^\circ\text{C}$	$7,0 + 0,120 \Theta_p$	Dtto; $h = d = 0,005$ m

3.5. Výpočet oteplení osamoceného vodiče

Osamocený vodič uvažujeme vodič, jehož všechny ztráty se jeho povrchem odvádějí do okolí. Má charakter tepelně dlouhé tyče. Výpočet osamoceného vodiče není možný, protože má zatím neznámou velikost z které vychází i měrná chladivost povrchu α_0 . Výpočet provádíme iterací, která vychází z odhadu oteplení povrchu vodiče. Ale to je zdoluhavý postup. Provedeme linearizaci teplotní závislosti měrné chladivosti a tím si usnadníme výpočet.

[1]

U kovového vodiče předpokládejme v celém průřezu stejné oteplení, tedy $\Theta_p = \Theta_v$. Při průtoku konstantního proudu bude trvalé oteplení holého vodiče

$$\Theta_v = \frac{RI^2}{\alpha_0 P} = \frac{\rho I^2}{\alpha_0 OS} \quad (3.14)$$

Protože $\alpha_0 = A + B\Theta_v$, nabude rovnice (3.14) po dosazení a úpravě tvaru

$$\Theta_v^2 + \frac{A}{B} \Theta_v - \frac{RI^2}{PB} = 0$$

$$\Theta_v = -\frac{A}{2B} + \sqrt{\frac{A^2}{4B^2} + \frac{RI^2}{PB}} \quad (3.15)$$

[1]

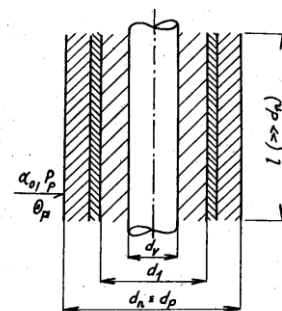
Nahradíme-li $R = \rho \frac{l}{S}$, $P = O \cdot l$, vypočteme oteplení vodiče i bez znalosti odporu vodiče ze vztahu

$$\Theta_v = -\frac{A}{2B} + \sqrt{\frac{A^2}{4B^2} + \frac{\rho I^2}{B \cdot O \cdot S}} \quad (3.16)$$

[1]

O trochu složitější je výpočet oteplení vodiče podle obr. 44, který je symetricky izolovaný několika vrstvami pevných látek s různou tepelnou vodivostí λ . Všechno teplo RI^2 prostupuje radiálně izolačními vrstvami k povrchu a z povrchu o měrné chladivosti α_0 do okolí. Odpor izolačních vrstev je

$$\frac{1}{\alpha_0 P} = \frac{1}{\alpha_0 O_p l}$$



Obr. 44

Pro oteplení Θ_p na povrchu platí

$$\Theta_p = -\frac{A}{2B} + \sqrt{\left(\frac{A}{2B}\right)^2 + \frac{RI^2}{P_B B}} = -\frac{A}{2B} + \sqrt{\left(\frac{A}{2B}\right)^2 + \frac{\rho I^2}{BO_p S}} \quad (3.17)$$

Teplotní spád $\Delta\Theta$ na izolaci

$$\Delta\Theta_i = RI^2 \sum_{i=1}^{i=n} R_{Ti} \quad (3.18)$$

Oteplení vlastního vodiče bude

$$\Theta_v = \Delta\Theta_i + \Theta_p \quad (3.19)$$

[1]

Stejně jako u holého vodiče musíme předem odhadnout oteplení Θ_v pro stanovení výchozí velikosti měrného elektrického odporu ρ . Další výpočet provedeme iterací s postupným zpřesňováním výsledku.

[1]

4. Rozbor možností využití moderních metod řešení

Generátorový vypínač je přístroj skládající se z mnoha různých dílců. Průchodem elektrického proudu proudovodnou dráhou vzniká teplo jen v některých dílech. Toto teplo proudí z místa vzniku do sousedních těles a přes různá tepelná rozhraní až k povrchu přístroje a dále do okolní atmosféry. Ochlazováním se předává do prostoru. To znamená, že část tepla z generátorového vypínače uniká do okolí a teplo vystupující do okolí je menší než teplo, které vzniká ve vypínači. Výpočet oteplení jednotlivých dílů není jednoduchá záležitost, protože ve vypínači se vytváří mnoho tepelných toků, které se různě dělí, větví a překrývají.

Jak je uvedeno v kapitole 1.6., vhodnou metodou je metoda tepelných obvodů, kdy seřazujeme jednotlivé tepelné zdroje a odpory za sebou nebo vedle sebe a vytvoříme tepelnou síť. Tepelné sítě některých strojů mohou být tak složité, že jejich řešení je prakticky nemožné. U přístrojů se tvar tepelné sítě mění. Vytváříme tzv. jednořadou tepelnou síť⁶.

Tepelnou síť lze analogicky srovnat se sítí elektrickou. Proto pro tepelnou síť sestavíme uzlové rovnice, kde neznámou veličinou bude oteplení uzlu. Rovnice vyřešíme.

Jinou možností je iterační metoda, tj. postupné zpřesňování výpočtu až ke splnění podmínky iterace. Tato metoda zahrnuje několik opakování výpočtu kdy se zužuje interval velikosti neznámých. S požadovanou přesností výpočtu roste i počet iterací.

Obě metody jsou velice pracné a zdoluhavé tím více, čím větší je počet uzlů sítě. Oba tyto postupy můžeme převést do číslicových počítačů a pomocí numerických programů (ANSYS) provést výpočet tepelné sítě.

Jednořadou tepelnou síť můžeme ještě vypočítat tzv. metodou třetí hodnoty. Tento jednoduchý postup vychází ze skutečnosti, že všechny potřebné parametry jsou konstantní a početní operace se omezuje na násobení a slučování.

Pro srovnání uvádím několik numerických programů pro řešení tepelných polí.

RillFEM 2D - je multifyzikální program založený na metodě konečných prvků (MKP, FEM). Pomocí RillFEMu 2D je možné řešit elektrostatické, elektromagnetické, tepelné a mechanické pole. Tyto pole je možné slučovat a počítat různé sdružené úlohy. Např. sdružená úloha pro výpočet indukčního ohřevu se skládá z elektromagnetického pole (vlivem naindukovaných proudů vznikají tepelné zdroje), teplotního pole a mechanického pole (výpočet teplotních dilatací). Program RillFEM 2D je uživatelsky příjemný a je koncipován tak, aby byl ovladatelný jak laikem tak i expertem v oblasti numerické simulace.

[8]

ANSYS - hlavním vývojovým prostředkem současnosti jsou numerické metody. Špičkový software pracuje na principu metody konečných prvků (dále MKP). Struktura tohoto programu umožňuje simulovat nejen elektrická, magnetická, elektromagnetická či tepelná pole, ale také proudění kapalin a plynů. Stěžejní výhodou **ANSYSu** je jeho schopnost tato fyzikální pole mezi sebou vzájemně kombinovat a jednotlivé úlohy tak řešit s maximální možnou komplexností.

Vhodným postupem tvorby modelu a řešení lze docílit vysoké přesnosti výpočtu, která však bývá podstatně snížena zkrácením vstupních údajů a dat, především však materiálových vlastností. Volba materiálových parametrů uváděných v běžně dostupné literatuře (normy, tabulky, technická dokumentace výrobce, Internet), je z hlediska přesnosti výpočtu zcela nepostačující.

[9]

⁶ Damec L., Tepelné poměry generátorového vypínače v ustáleném stavu, diplomová práce 2013, kap. 1.6.5.

Solid Edge - Pomocí Solid Edge ST5 je možné simulovat úlohy spojené s přenosem tepla. Osvědčená technologie Femap nabízí návrhářům možnost analyzovat podmínky teplotních zatížení u mechanických nebo elektromechanických sestav. V kombinaci s ostatními integrovanými řešiči tak mají návrháři k dispozici více prostředků k tomu, aby omezili výdaje na materiál a nutnost výroby fyzických prototypů.

[10]

COMSOL Multiphysics - je určen všem vývojářům, výzkumným i vědeckým pracovníkům a díky široké nabídce funkcí pro zobrazování vypočtených výsledků je určen také vysokým i specializovaným středním školám. Zájemci mají jedinečnou možnost názorně pronikat do podstaty fyzikálních procesů. Do řešení je možné zahrnout několik fyzikálních vlivů najednou a provádět tak komplexnější analýzu modelu (multifyzikální úlohy). COMSOL Multiphysics lze s využitím speciálního nadstavbového modulu propojit s univerzálním nástrojem **MATLAB** určeným pro vědecko-technické výpočty. Funkce tohoto nástroje je možné využívat například při kreslení geometrických tvarů, generování FEM sítí, při vlastním numerickém řešení nebo při konečném zpracování výsledků úlohy.

Předdefinovaná fyzikální rozhraní v COMSOL Multiphysics jsou určena k řešení úloh z oblasti elektromagnetismu (vysoké i nízké frekvence), modelování elektro-mechanických mikrozařízení (MEMS), všech typů nejaderných plazmatických reaktorů, úloh z oblasti přestupu tepla, pružnosti a pevnosti, akustiky, dynamiky tekutin, chemických reakcí, modelování baterií a palivových článků nebo povrchové úpravy materiálů. COMSOL Multiphysics je však otevřený systém a uživatel má možnost si předdefinované rovnice upravovat dle svých potřeb, případně si do modelu zavést vlastní PDE pomocí dostupných fyzikálních rozhraní. Vytváření vlastních aplikací již vyžaduje větší znalost řešené úlohy i jejího matematického popisu.

[11]

Tyto programy nejsou určeny výhradně pro řešení úloh v oblasti elektroenergetiky. S úspěchem se využívají ve stavebnictví i při modelování fyzikálních jevů.

5. Závěr

Diplomová práce o tepelných poměrech generátorového vypínače srovnává metody řešení složitých úloh elektrických přístrojů.

V obsáhlé teoretické části, s použitím doporučené literatury, je předvedena složitost výpočtů tepelných poměrů jednotlivých dílců a především zdoluhavé a často nepřesné výsledky.

V praktické části je již předvedena současná práce konstruktérů a vývojářů elektrických přístrojů. Pracovníci používají různé 2D/3D modelovací programy, ve kterých jsou schopni svůj návrh vytvořit ve trojrozměrném modelu, dokonce i s animací přechodných dějů. Pomocí numerických programů pak tento model analyzovat a zjistit nedostatky, které pak v modelu dokáží rychle odstranit a celou analýzu provést znovu a v krátkém čase.

Řešení mé úlohy spočívalo ve vytvoření 3D modelu spínací jednotky generátorového vypínače ve studentské verzi programu Solid Works. Zde záleželo na přesnosti rozměrů (nemám k dispozici konstrukční výkres) jednotlivých dílů pro vytvoření dokonalého kontaktního styku v místech proudovodné dráhy a naopak vytvořit nedokonalé kontaktní styky v místech izolantů. Dalším řešeným problémem bylo určení materiálu jednotlivých dílů generátorového vypínače, protože se mi nepodařilo získat podklady z výrobního závodu ABB Switzerland. Proto také ve své práci uvádím, že rozměry modelu jsou jen přepočítané v přibližném měřítku a materiály jednotlivých dílů jsou odhadované na měď a porcelán. V neposlední řadě bylo nutné určit náhradní součinitel přestupu tepla mezi jednotlivými díly vypínače. Každý díl má jinou plochu a je spojený s jedním nebo i více díly rozdílných ploch a materiálů. V modelu se pak teplo šířilo různými směry a vytvářelo místa s teplotami, které se na zemi v normálních podmínkách nevyskytují. Tyto abnormality bylo potřeba postupným upravováním náhradního součinitele přestupu tepla eliminovat. Mohu říct, že to je nejdůležitější činitel při vytváření modelu tepelné sítě generátorového vypínače.

Kromě vyřešení tepelných poměrů generátorového vypínače v ustáleném stavu jsem ještě v numerickém programu zobrazil proudovou hustotu proudovodné dráhy na jednotlivých dílech a rovněž úbytky napětí jednotlivých dílů.

Použitá literatura

- [1] Ing. Otto Havelka, CSc., Stavba Elektrických přístrojů 1, Vysoké učení technické v Brně, 1984
- [2] Ing. Otto Havelka, CSc., Elektrické přístroje 1, SNTL - Nakladatelství technické literatury, n.p., Praha 1974
- [3] Bul' B.K., Elektrické přístroje, Elektrické přístroje - základy teorie SNTL - Nakladatelství technické literatury, n.p., Praha 1977
- [4] Doc. Ing. Zdeněk Vávra, CSc, Ing Vladimír Novotný, CSc, Spínací přístroje a rozvaděče na vysoké napětí, SNTL – Nakladatelství technické literatury, n.p., Praha 1986
- [5] Ing. Vladislav Zajíc – Vypínače na vysoké napětí, SNTL – Nakladatelství technické literatury, n.p., Praha 1953
Ing. Vladimír .Novotný CSc. – Využití elektronegativního plynu SF₆ v elektrotechnice
- [6]
- [7] Podklady firmy ABB – technická dokumentace
- [8] <http://cz.rillfem.com>
- [9] <http://fei1.vsb.cz>
- [10] <http://www.plm.automation.siemens.com>
- [11] <http://www.humusoft.cz>